

Đáp án Toán C2 HK3 2014-2015

1) 3đ

a) 1.5đ

Lợi nhuận = Doanh thu – Chi phí

$$\begin{aligned}\pi &= 12Q_1 + 18Q_2 - (Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2 + 3Q_1 + 6Q_2 + 2) && \mathbf{0.25đ} \\ &= -Q_1^2 - Q_2^2 + 9Q_1 + 12Q_2 - Q_1Q_2 - 2\end{aligned}$$

$$\begin{cases} \pi'_{Q_1} = 9 - 2Q_1 - Q_2 = 0 \\ \pi'_{Q_2} = 12 - 2Q_2 - Q_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_1 = 2 \\ Q_2 = 5 \end{cases} \quad \mathbf{(0.5đ)}$$

$$\begin{cases} \Delta = AC - B^2 = (-2)(-2) - (-1)^2 > 0 \\ A = -2 < 0 \end{cases} \quad \mathbf{0.5đ}$$

Suy ra lợi nhuận đạt cực đại tại $\begin{cases} Q_1 = 2 \\ Q_2 = 5 \end{cases}$. Giá trị cực đại là 37. $\mathbf{0.25đ}$

b) 1.5đ

Hàm chi phí $C = 10X + 40Y$

$$\text{Điều kiện } Q = 10\sqrt{XY} = 200 \Rightarrow XY = 400 \Rightarrow Y = \frac{400}{X} \quad \mathbf{0.25đ}$$

$$C = 10X + \frac{16000}{X}; C' = 10 - \frac{16000}{X^2} \Rightarrow X = 40 \text{ (do } X > 0) \quad \mathbf{0.75đ}$$

$$C'' = \frac{32000}{X^3} > 0. \text{ Suy ra chi phí đạt cực tiểu tại } \begin{cases} X = 40 \\ Y = 10 \end{cases}. \text{ Giá trị cực tiểu là 800. } \quad \mathbf{0.25đ}$$

2) 2đ

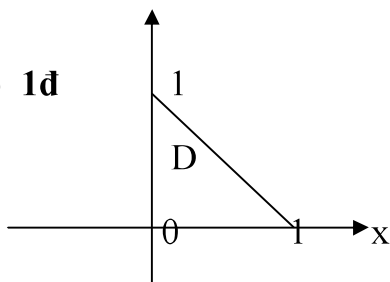
a) 1đ

$$F(x, y, z) = x^2yz^3 + \sin(xy) - y^3 + 2e^{-x+y+z} - 2 = 0$$

$$z'_x = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{2xyz^3 + y \cos(xy) - 2e^{-x+y+z}}{3x^2yz^2 + 2e^{-x+y+z}} \quad \mathbf{(0.5đ);}$$

$$z'_y = -\frac{F'_y}{F'_z} = -\frac{x^2z^3 + x \cos(xy) - 3y^2 + 2e^{-x+y+z}}{3x^2yz^2 + 2e^{-x+y+z}} \quad \mathbf{(0.5đ)}$$

b) 1d



(0.25d)

$$I = \int_0^1 \int_0^{1-x} (2x + y) dy dx = \int_0^1 \left(2xy + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=0}^{y=1-x} dx = \int_0^1 \left[2x(1-x) + \frac{(1-x)^2}{2} \right] dx = \frac{1}{2} \quad (0.75d)$$

3) 2d

a) 1d

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases} \quad (0.25d)$$

$$A = x^2 \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{x}{2} dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{4} \quad (0.75d)$$

b) 1d

$$B = \lim_{c \rightarrow +\infty} \int_0^c \frac{-1}{2} e^{-x^2} d(-x^2) = \lim_{c \rightarrow +\infty} \left(\frac{-e^{-x^2}}{2} \right) \Big|_0^c \quad (0.5d)$$

$$= \lim_{c \rightarrow +\infty} \left(\frac{-e^{-c^2}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \quad (0.5d)$$

4) 3d

a) 1.5d

$$\begin{aligned} p' &= \frac{1}{3}(9 - 6p) \Rightarrow p' + 2p = 3 \Rightarrow p = \frac{1}{e^{2t}} \int 3e^{2t} dt \\ \Rightarrow p &= \frac{3}{2} + \frac{C}{e^{2t}} \end{aligned} \quad (1d)$$

$$p(0) = 2 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$

(0.5đ)

$$\Rightarrow p = \frac{3}{2} + \frac{1}{2e^{2t}}$$

b)1.5đ

$$\text{Gpt: } y'' - 5y' + 4y = 0 \Rightarrow \text{NTQ: } \bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{4x} \quad (0.5\text{đ})$$

$$\text{Tìm một nghiệm riêng pt: } y'' - 5y' + 4y = e^x \Rightarrow y_r = -\frac{1}{3} x e^x \quad (0.75\text{đ})$$

$$\text{Suy ra NTQ của pt ban đầu là: } y = \bar{y} + y_r = C_1 e^x + C_2 e^{4x} - \frac{1}{3} x e^x \quad (0.25\text{đ})$$