

Câu 1 (3 điểm)

a) Năm 2017, công ty của bạn dự định sản xuất hai loại sản phẩm với thông tin (ước tính gần đúng) như sau: Nếu sản xuất x (đơn vị tính :1000) sản phẩm loại I và y (đơn vị tính :1000) sản phẩm loại II thì miền sản lượng là D :

$$D: \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 1 \\ x + y \leq 10 \end{cases} \text{ và hàm lợi nhuận là}$$

$$f(x, y) = 8x + 10y - (x^2 + y^2) + 100 \quad (\text{đơn vị tính : 1 tỷ đồng}).$$

Hỏi công ty của bạn phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm loại I và bao nhiêu sản phẩm loại II để đạt lợi nhuận lớn nhất? Tính lợi nhuận lớn nhất này.

b) Cho hàm sản xuất dạng Cobb – Douglas $Q(K, L) = 200.K^{1/4}.L^{1/2}$ (Q là sản lượng (đvt: 1 tấn), K là vốn (đvt: 100 tỷ đồng), L là lượng lao động (đvt: 100 người)

Giả sử tại $K = 16$ và $L = 25$, lực lượng lao động tăng 80 người/ năm, vốn tăng 50 tỷ đồng/ năm. Bạn hãy ước tính tốc độ thay đổi của sản lượng.

Câu 2 (3 điểm)

a) Biết giá $p = p(t)$ của một bộ quần áo xuất khẩu từ một nước đi các nước cùng tham gia hiệp định TPP (Hiệp định Đối tác xuyên Thái Bình Dương) tại thời điểm t được mô hình hóa bởi phương trình vi phân

$$p'' + 3p' + 2p = e^{-t} + 179$$

Giải phương trình vi phân trên. Xác định giá của sản phẩm sau khoảng thời gian t đủ lớn.

(Thời gian tính bằng tháng, giá tính bằng USD)

b) (Phương trình logistic cho sự bùng phát của một bệnh dịch). Tốc độ mà một bệnh dịch bùng phát trong một cộng đồng tỷ lệ với tích của số các cư dân đã bị nhiễm bệnh và số các cư dân dễ bị nhiễm bệnh. Nếu ký hiệu $Q(t)$ là số cư dân đã bị nhiễm bệnh tại thời điểm t và B là tổng số cư dân (B là hằng số) thì ta có phương trình vi phân mô tả sự bùng phát của bệnh dịch là

$$\frac{dQ}{dt} = kQ(B - Q) \quad (k \text{ là hệ số tỷ lệ})$$

Bạn hãy mô tả số cư dân bị nhiễm bệnh như là một hàm của thời gian.

Câu 3 (2 điểm)

a) Một nghiên cứu chỉ ra rằng giữa thời điểm 8 giờ tối và 11 giờ tối trong một ngày bình thường, số người tham gia giao thông tại một con đường trong một thành phố được mô hình hóa bởi công thức:

$$A(t) = \frac{0,05t + 10}{t^2 + 4} \quad (\text{ngàn người}), \text{ trong đó } t \text{ là số giờ sau 8 giờ tối. Tính số người trung bình}$$

tham gia giao thông tại con đường nói trên.

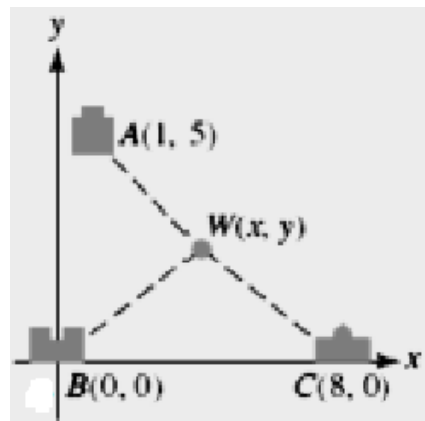
b) Giả sử $R(t) = 200(20 + 0,1 \int_t^{+\infty} \frac{x}{e^x} dx + t^2 e^{-3t})$ (đvt: 100 triệu đồng) là doanh thu của một loại sản phẩm tại thời điểm t với t là số tháng tính từ lúc sản phẩm được đưa vào thị trường. Tính doanh thu của sản phẩm tại thời điểm 1 năm sau khi sản phẩm được đưa vào thị trường.

Câu 4 (2 điểm)

a) Giá một loại hàng hóa P và chênh lệch cung- cầu S liên hệ với nhau bởi phương trình:
 $S^2 P + 0,1 P^3 S = C$ (C là hằng số).

Tính tốc độ thay đổi của giá khi chênh lệch cung - cầu thay đổi.

b) Một kho hàng W của một nhà máy được vẽ trong hình dưới và ba điểm khách hàng quan trọng nhất được định vị tại A (1, 5), B(0, 0) và C (8, 0), đơn vị tính là kilômét. Hỏi kho hàng của nhà máy nên đặt tại điểm W(x,y) nào để tổng khoảng cách từ nhà máy W đến ba điểm A, B, C nhỏ nhất.



Ghi chú : Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Ngày 27 tháng 5 năm 2016
 Thông qua Bộ môn Toán