

Đáp án Toán A3 (Mã Math130301) , ngày thi: 5/6/2015

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 (1d)		Hình vẽ	0,5
		$I = \int_1^2 dx \int_{1/x}^x f(x, y) dy$	0,5
2 (1,5d)		Trong hệ tọa độ Descartes: $J = \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1+\sqrt{1-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz$.	0,5
		Trong hệ tọa độ cầu : $J = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/4} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(\rho \sin\theta \cos\varphi, \rho \sin\theta \sin\varphi, \rho \cos\theta) \rho^2 \sin\theta d\rho$.	0,5
		$V_{\Omega} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/4} \sin\theta d\theta \int_0^{2\cos\theta} \rho^2 d\rho = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/4} -\frac{8}{3} \cos^3\theta d(\cos\theta)$ $= 2\pi \left(-\frac{2}{3} \cos^4\theta \right) \Big _0^{\pi/4} = \pi$	0,5
3 (1,5đ)		$K = \int_{(C)+\overline{BA}} \dots - \int_{\overline{BA}} \dots$	0,25
		$\int_{(C)+\overline{BA}} \dots = \iint_{D: \begin{cases} x^2+y^2 \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}} 1 dx dy = S_{(D)} = \frac{\pi}{2}$	0,5

		$\int_{\overline{BA}} \dots = \int_{-1}^1 x \cdot \arctg x dx = 2 \left(\frac{x^2}{2} \arctg x - \frac{x}{2} + \frac{\arctg x}{2} \right) \Big _0^1 = \frac{\pi}{2} - 1$ $K = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) = 1.$	0,5 + 0,25
4 (3đ)	a(0,5đ)	$\operatorname{div}(\vec{F}) = y^2 + z^2 + x^2, \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{F}) = -2yz\vec{i} - 2xz\vec{j} - 2xy\vec{k}$	0,5
	b (1,5đ)	$W = \iint_S xy^2 dydz + yz^2 dzdx + zx^2 dxdy = \iint_{S \cup S_0} \dots - \iint_{S_0: z=2} \dots$	0,25
		$\iint_{S \cup S_0} \dots = - \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dxdydz = - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dr \int_{r^2/2}^2 (r^2 + z^2) r dz$ $= -2\pi \int_0^2 \left(r^3 z + r \frac{z^3}{3} \right) \Big _{r^2/2}^2 dr = -2\pi \int_0^2 \left(r^3 \left(2 - \frac{r^2}{2} \right) + r \left(\frac{2^3}{3} - \frac{r^6}{24} \right) \right) dr = -\frac{40}{3}\pi$	0,75
		$\iint_{S_0: z=2} \dots = \iint_{S_0: z=2} zx^2 dxdy = - \iint_{D_{xy}: x^2+y^2 \leq 4} 2x^2 dxdy = - \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \int_0^2 2r^3 dr = -8\pi$ $W = -\frac{40\pi}{3} + 8\pi = -\frac{16\pi}{3}$	0,5
	c (1đ)	Diện tích phần mặt paraboloid là	0,5
		$DT = \iint_S dS = \iint_{D: x^2+y^2 \leq 4} \sqrt{1+x^2+y^2} dxdy$ $DT = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \sqrt{1+r^2} \cdot r dr = \frac{2\pi}{3} (5^{3/2} - 1)$	0,5

5 (3đ)	a (1đ)	Với $P'_y = Q'_x = e^x \cos y + 6xy^2 \Rightarrow$ PTVP toàn phần	0,5
		Tìm hàm $u(x,y)$ thỏa $\begin{cases} u'_x = P \\ u'_y = Q \end{cases}$	
		$\Rightarrow u(x, y) = e^x \sin y + x^2 y^3 - x + 2y$	0,5
		Vậy NTQ: $e^x \sin y + x^2 y^3 - x + 2y = C$	
	b 1,5đ	PTĐT: $k^2 + k + 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \Rightarrow NTQ$ của PT thuần nhất là	0,5
		$Y = e^{-x/2} (C_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x)$	
		Nghiệm riêng 1 có dạng $y_{r1} = Ae^x \Rightarrow$ Kết quả $y_{r1} = \frac{1}{3}e^x$	0,5
		Nghiệm riêng 2 có dạng $y_{r2} = B \cos x + C \sin x \Rightarrow$ Kết quả $y_{r2} = -2 \cos x + \sin x$	0,5
		NTQ của phương trình là : $y = e^{-x/2} (C_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x) + \frac{1}{3}e^x - 2 \cos x + \sin x$	0,5