ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP HCM
KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ 3 – NĂM HỌC 2024-2025
Môn học: Toán kinh tế 2
Mã môn học: MATH132801
Số trang: 02 Thời gian: 90 phút.
Sinh viên được sử dụng 1 tờ A4 chép tay.

Câu 1: (1,5 điểm) Giả sử sản lượng Q_1, Q_2 của 2 loại sản phẩm phụ thuộc vào các yếu tố môi trường (chẳng hạn nhiệt độ, lượng ánh sáng và lượng mưa) x, y, z được mô hình hóa như sau

$$\begin{cases} xQ_1^2 + yQ_2 = 5z^2 \\ Q_1^2 + Q_2^2 = 10z \end{cases} \qquad (1)$$

Đặt

$$g_1(Q_1, Q_2, x, y, z) \equiv xQ_1^2 + yQ_2 - 5z^2 \text{ và } g_2(Q_1, Q_2, x, y, z) \equiv Q_1^2 + Q_2^2 - 10z.$$

Anh/Chị hãy tính vi phân toàn phần của g_1, g_2, từ đó tính đạo hàm riêng $\dfrac{\partial Q_1}{\partial x}$ và $\dfrac{\partial Q_2}{\partial z}$, trong đó $Q_1 = Q_1(x, y, z), Q_2 = Q_2(x, y, z)$ xác định bởi hệ hàm ẩn (1).

Câu 2: (1 điểm/10) Đầu ra $y = f(x)$ của một sản phẩm nào đó phụ thuộc vào yếu tố đầu vào x theo mô hình sau

$$f(x) = -x^2 + 4ax + 10a^4,$$

trong đó $a > 0$ là một tham số. Anh/Chị hãy xác định yếu tố đầu vào $x^* = x^*(a)$ để sản lượng đầu ra đạt được lớn nhất. Đặt $f^*(a) = f(x^*)$ là sản lượng đầu ra lớn nhất. Ứng dụng Định lý Bao, tính $\dfrac{df^*}{da}$, từ đó xác định sự ảnh hưởng của a lên sản lượng cực đại $f^*(a)$.

Câu 3: (2,0 điểm) Xét bài toán cực tiểu hóa hàm chi phí

$$C(L, K) = WL + RK,$$

với ràng buộc về sản lượng $F(L, K) \equiv L^{1/4}K^{1/3} = Q$; trong đó $Q > 0$ là hằng số cho trước, L là số lao động, K là số vốn mà doanh nghiệp sử dụng, W là tiền công cho mỗi đơn vị lao động, R là giá vốn.

a. Anh/Chị hãy xác định số lao động và số vốn $L^* = L^*(W, R, Q), K^* = K^*(W, R, Q)$ sao cho chi phí doanh nghiệp bé nhất đồng thời đảm bảo ràng buộc $Q = F(L, K)$, (biết rằng nghiệm tối ưu của bài toán tồn tại duy nhất). Tính giá trị hàm chi phí bé nhất $C^*(W, R, Q)$.

b. Áp dụng Định lý Bao, tính $\dfrac{\partial C^*(W, R, Q)}{\partial W}$, từ đó xác định ảnh hưởng của W lên hàm chi phí tối ưu $C^*(W, R, Q)$.

Câu 4: (2,5 điểm)

a. Cho X là biến ngẫu nhiên liên tục với hàm mật độ

$$p(x) = \begin{cases} kxe^{-2x} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

Xác định hằng số k.

b. Một công ty quảng cáo được thuê để quảng bá một chương trình truyền hình mới trong vòng 6 tuần. Sau t tuần (kể từ khi chương trình quảng bá bắt đầu), người ta thấy rằng số phần trăm công chúng xem truyền hình biết đến chương trình là

$$P(t) = \frac{50t}{0,6t^2 + 15} + 5.$$

Tỷ lệ phần trăm trung bình người xem truyền hình biết đến chương trình trong 6 tuần của chiến dịch quảng cáo là bao nhiêu?

Câu 5: (2,0 điểm) Xét mô hình quản trị hàng tồn kho sau đây

$$I''(t) + aI'(t) + bI(t) = D(t)$$

trong đó $I(t)$ là lượng hàng tồn kho tại thời điểm t, $D(t)$ là cầu tại thời điểm t.
Giả sử rằng $D(t) = 2te^{-t}, a = 5, b = 6$.

(a) Anh/Chị hãy giải phương trình trên để tìm $I(t)$ biết rằng $I(0) = 50, I'(0) = -2$.

(b) Xác định lượng hàng tồn khi thời gian đủ lớn bằng cách tính $\lim_{t\to\infty} I(t)$.

Câu 6: (1,0 điểm) Xét mô hình cân bằng thị trường dạng Cob-Web sau:

$$\begin{aligned} Q_t^d &= 12 - 5P_t \\ Q_t^s &= 8 + 3P_{t-1} \end{aligned}$$

trong đó Q_t^d, Q_t^s lần lượt là lượng cầu và lượng cung tại thời điểm t, P_t là giá sản phẩm tại thời điểm t.

a. Anh/Chị hãy thiết lập phương trình sai phân cấp 1 theo P_t khi thị trường cân bằng, từ đó xác giá trị cân bằng P^* của phương trình sai phân cấp 1 và giá của sản phẩm P_t tại thời điểm t, biết rằng $P(0) = 2$.

b. Phương trình sai phân cấp 1 (ở câu a.) có ổn định không? Vì sao?

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G 2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và hệ hàm ẩn.	Câu 1
[G 2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán tìm cực trị trong kinh tế. Kiểm tra các định lý bao.	Câu 2, 3
[G 2.3]:Tính được tích phân và ứng dụng trong kinh tế, tính được kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên	Câu 4
[G 2.4]: Giải phương trình sai phân cấp 1, 2 và phương trình vi phân cấp 1, 2; ứng dụng nó trong phân tích kinh tế.	Câu 5, 6.

12/7/2025

Thông qua bộ môn