Trường ĐH Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM
KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI CUỐI KỲ *HỌC KỲ III NĂM HỌC 2022-2023*

MÔN: TOÁN KINH TẾ 2

Mã môn học: **MATH 132801** *Thời gian*: 90 phút (24/7/2023)

Đề thi gồm 2 trang ***Được phép sử dụng tài liệu***

Câu 1 ***(2,5 điểm)***

a) **(Bài toán tối đa hóa lợi ích người tiêu dùng và hàm cầu Marshall)**

Một người tiêu dùng sử dụng $\$M$ để chi tiêu cho hai loại sản phẩm, loại thứ nhất chi phí $\$a$ mỗi đơn vị, loại thứ hai chi phí $\$b$ mỗi đơn vị. Biết rằng khi người tiêu dùng này sử dụng x đơn vị sản phẩm thứ nhất và y đơn vị sản phẩm thứ hai thì được lợi ích cho bởi hàm Cobb-Douglas $U(x,y)=x^{\alpha}y^{1-\alpha}$, với $0<\alpha<1$. Xác định lượng hàng hóa mỗi loại mà người này cần sử dụng để được lợi ích lớn nhất (các hàm cầu Marshall người tiêu dùng). Lợi ích lớn nhất này thay đổi như thế nào nếu M tăng lên \$1.

b) (Bài toán tối thiểu hóa chi phí của nhà sản xuất)

Một công ty sản xuất một loại sản phẩm với hàm sản xuất

$$Q=K(L+5) \quad \text{(sản phẩm)}$$

Biết chi phí mỗi đơn vị vốn $w_K=40\,(USD)$, chi phí mỗi đơn vị lao động $w_L=10\,(USD)$, và công ty này nhận hợp đồng cung cấp 6400 sản phẩm cho khách hàng. Hỏi công ty cần sử dụng bao nhiêu đơn vị vốn K và bao nhiêu đơn vị lao động L cho việc sản xuất đủ 6400 sản phẩm theo hợp đồng để được chi phí bé nhất và chi phí bé nhất là bao nhiêu?

Câu 2 ***(2,5 điểm)*** (*Mô hình đầu tư tích lũy và hoạch định tài chính cho việc nghỉ hưu*: a- Từ khoảng 30 tuổi đến khoảng 60 tuổi bạn gửi tiền đầu tư tích lũy; b-Từ khoảng 60 tuổi bạn nghỉ hưu rút dần ra chi tiêu sao cho đến cuối đời khoảng tuổi đại thọ 90 hết tiền là OK.). (V-value of the account; D- deposits; W – withdraws; r – rate of monthly interest; 360 tháng = 30 năm)

a) Bạn gửi thường xuyên $\$D$ mỗi tháng vào một tài khoản và tài khoản này nhận lãi suất r liên tục hàng tháng. Gọi $V(t)$ là giá trị của tài khoản sau t tháng tính từ lúc bắt đầu gửi $(t=0)$ thì ta được phương trình vi phân

$$\frac{dV}{dt}=rV+D,\ V(0)=0$$

Giải phương trình vi phân tìm $V(t)$ theo r và D. Tính $V(360)$ khi biết $r=0.005$, $\$D=\$300$.

(lấy 2 chữ số sau dấu chấm thập phân, $V(360)$ là giá trị tài khoản sau 30 năm)

b) Bạn rút ra thường xuyên $\$W$ mỗi tháng từ một tài khoản có giá trị ban đầu $\$S$ và tài khoản này nhận lãi suất r liên tục hàng tháng. Gọi $V(t)$ là giá trị của tài khoản sau t tháng tính từ lúc bắt đầu rút $(t=0)$ thì ta được phương trình vi phân

$$\frac{dV}{dt}=rV-W,\ V(0)=S$$

Giải phương trình vi phân tìm $V(t)$ theo r, S và W. Xác định W khi khi biết $r=0.005$, $\$S=\$303{,}000$ và $V(360)=0$.

(lấy 2 chữ số sau dấu chấm thập phân, $V(360)=0$ tức là giá trị tài khoản sau đúng 30 năm thì hết tiền)

Câu 3 ***(2 điểm)*** (PRICE ADJUSTMENT OVER TIME OF SUPPLY AND DEMAND)

Mô hình điều chỉnh giá có tính đến hàng tồn đọng

Xét mô hình điều chỉnh giá phụ thuộc chênh lệch lượng cầu lượng cung hiện thời và cả lượng hàng tồn đọng gây áp lực lên giá. Tức là, nếu $p=p(t)$ (đơn vị tính USD) là giá của sản phẩm tại thời điểm t thì

$$\frac{dp}{dt}=k\big(D(t)-S(t)\big)-\beta\int_0^t (S(x)-D(x))dx$$

trong đó k, β là hằng số dương và $D(t)$, $S(t)$ lần lượt là lượng cầu và lượng cung ứng với giá $p = p(t)$. Đạo hàm hai vế đẳng thức trên theo biến t ta được

$$p'' = k\left(D'(t) - S'(t)\right) - \beta(S(t) - D(t))$$

Giải phương trình tìm giá $p = p(t)$ biết $k = 2, \beta = \frac{5}{3}$, $D(t) = 35 + e^{-2t} - p(t)$, $S(t) = 5 + 2p(t)$. Giá của sản phẩm sẽ như thế nào sau khoảng thời gian t đủ lớn?

Câu 4 ***(1 điểm)*** (Bài toán tính lượng thay đổi ròng khi biết tốc độ biến thiên)

Cán cân thương mại-BALANCE OF TRADE ($I(t)$-imports; $E(t)$-exports; $D(t)$-trade deficit)

Chính phủ của một quốc gia ước tính t năm tính từ hiện tại (hiện tại $t = 0$), nhập khẩu tăng với tốc độ $I'(t) = 8e^{0.25t}$ (tỷ USD/năm), xuất khẩu tăng với tốc độ $E'(t) = 2t + 6$ (tỷ USD/năm). Thâm hụt thương mại của quốc gia này là $D(t) = I(t) - E(t)$. Hỏi thâm hụt thương mại của quốc gia này sẽ thay đổi (tăng/giảm) bao nhiêu trong 4 năm tới?

Câu 5 ***(1 điểm)*** (Ứng dụng tích phân vào xác suất- Hàm mật độ mũ)

Một công ty hoạt động trong lĩnh vực kinh doanh và dịch vụ thực hiện khảo sát rồi mô hình hóa và tính được ***thời gian đợi*** (đơn vị tính là phút) của một khách hàng tại quầy dịch vụ là biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \frac{1}{4}\begin{cases} e^{-\frac{1}{4}x} & khi \quad x \geq 0 \\ 0 & khi \quad x < 0 \end{cases}$$

Tính xác suất để một khách hàng được chọn ngẫu nhiên có thời gian đợi quá 7 phút.

Câu 6 *(1 điểm)* (***Mô hình cân bằng thị trường Cobweb dạng tuyến tính- sản xuất theo mùa***)

Mô hình cân bằng thị trường với giá $P = P_t$ và lượng $Q = Q_t$ có dạng

$Q_{d,t+1} = Q_{s,t+1}$ (điều kiện thị trường cân bằng)

$Q_{d,t+1} = 8 - 9P_{t+1}$ (lượng cầu thời kỳ $t+1$ phụ thuộc giá thời kỳ $t+1$)

$Q_{s,t+1} = -4 + 6P_t$ (lượng cung thời kỳ $t+1$ phụ thuộc giá thời kỳ t)

$P_0 = 9$ (giá thời kỳ xuất phát $t = 0$ là 9)

Giải mô hình tìm P_t. Hỏi P_t có hội tụ về giá cân bằng P^* không? Nếu có thì tìm P^*.

∗ Ghi chú : *Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.*

CHUẨN ĐẦU RA

Nội dung kiểm tra	**Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)**
Câu 1: Tính được đạo hàm vi phân và tìm được cực trị, GTLN & GTNN hàm nhiều biến rồi biết ứng dụng vào đời sống.	G1: 1.1, 1.2 G2: 2.1, 2.2, , 2.1.4 ;
Câu 2,3,4,5: Tính được tích phân & áp dụng giải được phương trình vi phân cấp 1, cấp hai và biết ứng dụng vào đời sống.	G1: 1.1, 1.2;G2: 2.1, 2.2., G1: 3.1
Câu 6: Giải được phương trình sai phân tuyến tính cấp 1 và biết ứng dụng vào đời sống (mô hình sản xuất theo mùa).	G1: 1.1, 1.2 G2: 2.1, 2.2., G1: 3.1

Ngày 19 tháng 7 năm 2023

Thông qua Bộ môn Toán

Phạm Văn Hiển