

Câu 1.(2đ) Cho một vật di chuyển với vận tốc tại thời điểm t cho bởi

$$\mathbf{V}(t) = \langle \cos t, \sin t, 2\sqrt{t} \rangle \quad (t \geq 0).$$

- Nếu vật bắt đầu chuyển động (thời điểm $t = 0$) từ gốc tọa độ thì tại thời điểm $t = 1$, vật đang ở vị trí nào?
- Tính độ cong tại mỗi điểm trên quỹ đạo di chuyển của vật theo t .

Câu 2. (3đ)

- Chứng minh hàm số $u(x, t) = \sin(x - at)$ thỏa phương trình sóng $u_{tt} = a^2 u_{xx}$.
- Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong có phương trình $x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$ tại điểm $M(1, -1, 2)$.
- Tìm tham số m để hàm số $f(x, y) = x^3 - 3xy + 3y^2 - 9y + m$ có một cực tiểu tương đối với giá trị cực tiểu là 2023.

Câu 3. (2đ)

- Viết lại tích phân sau trong tọa độ trụ và tọa độ cầu:

$$I = \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x^2 + y^2 + z^2) dz dy dx$$

- Tính diện tích phần mặt paraboloid $z = 1 + x^2 + y^2$ nằm giữa mặt phẳng $z = 2$ và mặt phẳng $z = 5$.

Câu 4. (3đ)

- Tính công do lực thay đổi $F(x, y) = \langle 3x + y^2, x - 2y \rangle$ làm di chuyển một vật một vòng quanh hình thang có các đỉnh $A(-1, -1), B(1, -1), C(5, 1), D(1, 1)$ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ.

- b. Tính thông lượng của trường vector $F(x, y, z) = \langle x + z, x + 2y, z + 1 \rangle$ qua nửa trên mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ với vector pháp tuyến đơn vị hướng lên.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
CLO1: Tính được giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vector và của hàm nhiều biến.	Câu 1, 2, 3
CLO2: Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vector và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu 1, 2, 3
CLO3: Tính được các đại lượng đặc trưng của hàm véc tơ.	Câu 1
CLO4: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vector để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu 4

Ngày 19 tháng 7 năm 2023
Thông qua bộ môn