

**Câu 1. (2đ)**

a. Giá  $P$  của một loại sản phẩm và chênh lệch cung - cầu  $S$  liên hệ với nhau bởi phương trình  $S^2 e^{3P} + P^3 \ln(S + 2) = C$ , ( $C$  là hằng số). Tính tốc độ thay đổi của  $P$  theo  $S$ .

b. Sản lượng mận  $Q_1$  và sản lượng xoài  $Q_2$  liên hệ với lượng mưa  $R$ , lượng nắng  $S$  và nhiệt độ  $T$  bởi hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3Q_1 + 4Q_2 + 3R + 2S + 5T = 10 \\ 2Q_1 + 3Q_2 + 4R + 3S + 2T = 6 \end{cases}$$

Phân tích tác động của nhiệt độ lên sản lượng của hai loại cây trồng.

**Câu 2. (2đ)** Xét bài toán cực tiểu chi phí tiêu dùng thiết yếu  $E = P_1 Q_1 + P_2 Q_2$  trong đó  $P_1, P_2$  là các giá và  $Q_1, Q_2$  là các sản lượng của hai loại sản phẩm thỏa mãn ràng buộc về lợi ích là  $U_0 = \sqrt{Q_1 Q_2}$ .

a. Tìm các hàm cầu Hicks  $Q_1^*(P_1, P_2, U_0)$  và  $Q_2^*(P_1, P_2, U_0)$ .

b. Chứng minh các hàm cầu trên là các hàm thuần nhất bậc 0.

**Câu 3. (3đ)**

a. Cho  $f(t) = e^{-0.05t}$  là tốc độ gửi tiền vào một tài khoản tại thời điểm  $t$  trong suốt khoảng thời gian  $T = 3$  năm và nhận được tiền lãi mỗi năm là 10% được ghép liên tục. Tính giá trị tương lai và giá trị hiện tại của dòng tiền trên biết rằng giá trị tương lai của dòng tiền

này trên đoạn  $[0, T]$  được tính bởi  $FV = \int_0^T f(t)e^{r(T-t)} dt$  và giá trị hiện tại của dòng

tiền này trên đoạn  $[0, T]$  được tính bởi  $PV = \int_0^T f(t)e^{-rt} dt$ .

b. Một thiết bị công nghiệp sau  $t$  năm được đưa vào sử dụng tạo ra tổng doanh thu  $R(t)$ , tổng chi phí bảo trì và khai thác  $C(t)$  và tổng lợi nhuận là  $\pi(t) = R(t) - C(t)$ . Nếu mà  $\pi'(t) \geq 0, \forall t \in [0, T]$  và  $\pi'(t) < 0, \forall t > T$  thì  $T$  được gọi là vòng đời của thiết bị. Sau thời điểm  $T$  thì tổng lợi nhuận  $\pi(t)$  sẽ giảm nên thiết bị cần được thanh lý ngay trước hoặc tại thời điểm  $T$ . Khi đó tổng lợi nhuận mà thiết bị này tạo ra trong suốt vòng đời

của nó là  $N\pi = \pi(T) - \pi(0) = \int_0^T \pi'(t)dt$ . Hãy xác định vòng đời của thiết bị và tính

tổng lợi nhuận biết rằng  $R'(t) = 6605 - 12t^2$  và  $C'(t) = 6000 - 7t^2$  (đơn vị triệu đồng).

- c. Tuổi thọ của một loại sản phẩm là một đại lượng ngẫu nhiên liên tục  $X$  (tính bằng năm) có phân phối mũ và hàm mật độ xác suất của nó là:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot e^{-\frac{1}{4}x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} . \text{ Tính kỳ vọng của } X.$$

**Câu 4. (3đ)**

- a. (Mô hình giá trị bán lại). Giá trị bán lại  $R(t)$  (triệu đồng) của một loại máy sau  $t$  năm sẽ giảm với tốc độ tỷ lệ với hiệu số giữa giá trị hiện tại và giá trị phế liệu của nó.

Nghĩa là nếu  $S$  là giá trị phế liệu của máy thì  $\frac{dR}{dt} = -k(R - S)$ ,  $k > 0$  là hằng số tỷ lệ.

Xác định giá trị của máy sau 3 năm biết giá mua mới của nó là 16 triệu đồng, sau 2 năm giá trị của nó là 8 triệu đồng và giá trị phế liệu là 500 ngàn đồng.

- b. Tìm hàm giá  $P(t)$  của một loại sản phẩm biết rằng giá tại thời điểm  $t$  thỏa mãn phương trình vi phân  $P''(t) + 7P'(t) + 10P(t) = 50$  và các điều kiện  $P(0) = 8, P'(0) = 1$ .

*Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.*

<b>Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)</b>	<b>Nội dung kiểm tra</b>
[G 2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và hệ hàm ẩn.	Câu 1
[G 2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán tìm cực trị trong kinh tế. Kiểm tra các định lý bao.	Câu 2
[G 2.3]: Tính được tích phân và ứng dụng trong kinh tế, tính được kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên	Câu 3
[G 2.4]: Áp dụng phương pháp trong lý thuyết đề giải các bài toán ứng dụng phương trình sai phân cấp 1, 2 và phương trình vi phân cấp 1, 2 trong kinh tế	Câu 4

Ngày 19 tháng 7 năm 2023  
**Thông qua bộ môn**