

Câu I (1.5 điểm).

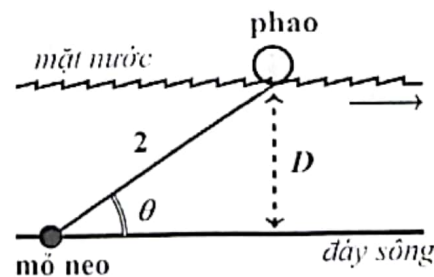
1. Giải phương trình $(\tan^{-1} x)^2 - 4 \tan^{-1} x + 3 = 0$.
2. Tìm hàm ngược của hàm số $y = f(x) = \sqrt{3x+9} + 1$. Miền xác định của hàm f^{-1} là gì?

Câu II (2.5 điểm).

1. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(e^{2x} - 1)$.
2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7-x, & x \geq 2 \\ x^2+1, & x < 2 \end{cases}$
 - a. Vẽ đồ thị hàm f ; khảo sát sự liên tục của hàm số f tại $x = 2$.
 - b. Tìm đạo hàm của hàm f tại $x = 2$ (nếu có).

Câu III (2.5 điểm).

1. Viết phương trình của tiếp tuyến với đường cong $2y - 5xy + e^{x^3y} = 5$ tại điểm có $x = 0$.
2. Một chiếc phao nổi được thả neo dưới đáy sông. Khi dòng sông chảy, phao được kéo theo hướng của dòng chảy cho đến khi sợi dây dài 2 mét của nó căng ra (giả sử hướng dòng chảy không đổi). Một cảm biến ở mỏ neo đọc góc θ giữa sợi dây và đáy sông (xem hình vẽ). Dữ liệu này được sử dụng để đo độ sâu D của nước trong sông (D phụ thuộc vào thời gian). Hỏi độ sâu D của nước đang thay đổi với tốc độ bao nhiêu tại thời điểm góc $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad, và góc này đang tăng với tốc độ 0.3 rad/giờ?



Câu IV (1.0 điểm). Tìm cực trị tuyệt đối của hàm $f(x) = x - 10 \tan^{-1} x$ trên $[-5, 2]$.

Câu V (2.5 điểm).

1. Giải phương trình vi phân $xydx + e^{-x^2} (y^2 + 3)dy = 0$ ($y > 0$), biết $y(0) = 3$.
2. Tính giá trị trung bình của hàm $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{khi } x \leq 1 \\ 7x - 2, & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ trên đoạn $[-1, 2]$.