

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 24-25 Môn: TOÁN CAO CẤP KỸ SƯ 1 Mã môn học: MATH133101 Đề thi có 2 trang. Được sử dụng 1 tờ A4 viết tay. Ngày thi 13/06/2025 Thời gian 90 phút
--	--

Câu 1. (1 điểm) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & m-3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Tìm m để ma trận $A + 3B^T$ khả nghịch, trong đó B^T là ma trận chuyển vị của ma trận B .

Câu 2. (1 điểm) Tìm hệ nghiệm cơ bản của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 5y - 2z + 3t = 0 \\ 4x + y - z + t = 0. \end{cases}$$

Câu 3. (1,5 điểm) Tìm k để phương trình

$$(5e^x y + x^3)dx + (ke^x + 3y + 1)dy = 0$$

là phương trình vi phân toàn phần. Giải phương trình vi phân trên với giá trị k vừa tìm được.

Câu 4. (1,5 điểm) Giải phương trình vi phân

$$x^2 y'' - 6xy' + 10y = 3x^6 \ln x.$$

Câu 5. (1,5 điểm) (**Hệ lò xo/ khối lượng: chuyển động tự do có giảm sóc**) Một vật có khối lượng 4 kg kéo giãn một lò xo thêm 2,45 m. Giả sử rằng một lực cản có độ lớn bằng 3 lần vận tốc tức thời tại cùng thời điểm tác động lên hệ, xác định phương trình chuyển động của vật nếu vật được thả ra từ vị trí 0,5 m bên dưới vị trí cân bằng với vận tốc 1,5 m/s hướng lên. Biết gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Câu 6. (2,5 điểm)

a) Áp dụng phép biến đổi Laplace, tìm hàm $f(t)$ thỏa phương trình

$$f(t) = 7 + \sin 5t - \int_0^t f(\tau) e^{t-\tau} d\tau.$$

b) Cho hàm $E(t)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4$ xác định bởi

$$E(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < a \\ 0, & a \leq t < 4 \end{cases}$$

với $a \in (0, 4)$. Biết $\mathcal{L}\{E(t)\} = \frac{1}{s(1 + e^{-2s})}$, hãy tìm giá trị của a .

Câu 7. (1 điểm) Dùng công thức Euler cải tiến với bước nhảy $h = 0,1$ tính gần đúng giá trị $y(1,7)$ của bài toán

$$y' = x^2y - \sqrt[3]{y}, \quad y(1) = 2.$$

. Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (Về kiến thức)	Nội dung KT
[LO 1.1]: Áp dụng được các tính chất cơ bản của ma trận và định thức, giải được hệ phương trình tuyến tính	Câu 1, 2
[LO 1.2]: Giải được phương trình vi phân	Câu 3, 4, 5, 7
[LO 1.3, 2.3]: Áp dụng được phép biến đổi Laplace	Câu 6

TP.HCM, ngày 03 tháng 06 năm 2025
Trưởng bộ môn toán

Phạm Văn Hiến