

Đề thi

Câu I. (3.0 điểm)

(a) Trong không gian $\mathbb{R}^{2025}$, cho tập hợp

$$S = \{(x_1, x_2, \dots, x_{2025}) \in \mathbb{R}^{2025} / x_1 + x_2 + \dots + x_{2025} = 2025\}.$$

Hỏi S có là một không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^{2025}$ không? Vì sao?

(b) Trong vành $\mathbb{Z}_{26}$, cho ma trận $K = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$. Hãy dùng mật mã Hill với khoá K để mã hoá đoạn tin nhắn: “NUMEROUS”. Biết rằng mỗi ký tự trong bảng chữ cái tiếng Anh được đặt tương ứng với mỗi phần tử trong $\mathbb{Z}_{26}$ như trong bảng sau:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Câu II. (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi: với mọi $u = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$,

$$f(u) = \begin{bmatrix} a - 2b \\ -2a + 4b \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Tìm số chiều và một cơ sở của $\text{Ker} f$.

(b) Xác định ảnh và tìm hạng của ánh xạ tuyến tính f .

Câu III. (4.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ và $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, với $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$.

(a) Hãy viết biểu thức của dạng toàn phương $h(X) = X^T A X$.

(b) Đưa dạng toàn phương $h(X)$ về dạng chính tắc bằng phương pháp chéo hoá trực giao.

(c) Sử dụng kết quả câu trên, hãy chéo hoá trực giao ma trận A^{2024} . Tính định thức của ma trận A^{2024} .

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm về đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CDR G2.3]: Thực hiện được các phép toán ma trận, tính được định thức, các phép biến đổi sơ cấp, tìm hạng ma trận, tìm được ma trận nghịch đảo, giải được hệ phương trình tuyến tính (giải bằng tay hay bằng cách sử dụng máy tính có cài đặt phần mềm ứng dụng phù hợp như matlab, maple, ...) và biết ứng dụng vào các mô hình tuyến tính.	Câu I, Câu III
[CDR G2.4]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về không gian vectơ, không gian Euclide như: chứng minh không gian con; xác định một vectơ có là tổ hợp tuyến tính của một hệ vectơ; xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của một hệ vectơ; tìm cơ sở, số chiều của một không gian vectơ; tìm tọa độ của một vectơ đối với một cơ sở, tìm ma trận đổi cơ sở; phương pháp GramSchmidt để xây dựng hệ vectơ trực giao từ một hệ vectơ độc lập tuyến tính,...	Câu I, Câu III
[CDR G2.5]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về ánh xạ tuyến tính, chéo hóa ma trận, dạng toàn phương: tìm nhân, ảnh, ma trận, hạng của ánh xạ tuyến tính; tìm trị riêng, vectơ riêng, chéo hóa ma trận; xét dấu dạng toàn phương; đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc.	Câu II, Câu III
[CDR G2.6]: Xây dựng phép toán hai ngôi; xét xem tập hợp với phép toán hai ngôi cho trước có là nhóm, vành, trường hay không; mã hóa, phát hiện lỗi, sửa sai, ...	Câu I

TP. HCM, ngày 5 tháng 6 năm 2025
Thông qua Bộ môn Toán