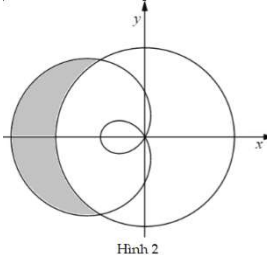


**ĐÁP ÁN TOÁN 2 CÁC LỚP ĐẠI TRÀ THI NGÀY 12/06/2023 – ĐỀ 1**

| Câu | Nội dung   | Điểm  |
|-----|--|---|
| 1   | <p>Giao điểm (0,0) và (1,1).</p> <p>Sử dụng phương pháp đĩa:</p> $V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx + \pi \int_1^2 (\sqrt{2x - x^2})^2 dx$ $= \pi \left[ \frac{1}{5} x^5 \Big _0^1 + \left( x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big _1^2 \right] = \frac{13}{15} \pi.$ <p>- Không ghi nguyên hàm (-0.25), kết quả gần đúng (-0.25), dùng thể tích hình cầu (0.5)</p>  | <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>  |
| 2   | <p>Giao điểm <math>\theta = \frac{2\pi}{3}</math> và <math>\theta = \frac{4\pi}{3}</math> (hoặc <math>\theta = -\frac{2\pi}{3}</math>).</p> <p>Diện tích miền cần tính là</p> $S = \frac{1}{2} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} [(1 - 2 \cos \theta)^2 - 2^2] d\theta$ $= \frac{1}{2} (-x - 4 \sin(x) + \sin(2x)) \Big _{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}}$ $= \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$ | <div style="text-align: center;">  <p>Hình 2</p> </div> <p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> |
| 3a. | <p>Đặt <math>u = \ln(x)</math>, <math>dv = (2x+3)dx</math></p> $\int = (x^2 + 3x) \ln(x) - \int (x + 3) dx$ $I = \lim_{t \rightarrow 0^+} [(e^2 + 3e) - (x^2 + 3x) \ln(x)] - \frac{e^2}{2} - 3e$ $= \frac{e^2}{2}$   | <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>   |
| 3b. | <p>Nếu <math>\alpha &gt; 1</math> thì TP hội tụ vì</p> $0 \leq f(x) \leq \frac{8}{x^\alpha} \quad \forall x \in [1, \infty).$ <p>Nếu <math>0 &lt; \alpha \leq 1</math> thì TP phân kì vì</p> $f(x) \geq \frac{2}{x^\alpha} \geq 0 \quad \forall x \in [1, \infty).$  | <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>   |
| 3c. | $\int p(x) dx = \int 2x dx = x^2$ $y = e^{-x^2} \cdot \left[ C + 2 \int x^3 e^{x^2} dx \right] = e^{-x^2} [C + (x^2 - 1)e^{x^2}]$  | <p>0.25</p> <p>0.5+0.25</p>   |

|     |   |                                     |
|-----|---|-------------------------------------|
| 4a. | $S = \frac{2}{9} - \frac{\sqrt{8}}{27} + \frac{4}{81} - \frac{\sqrt{32}}{243} + \dots = \sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^k$ <p>Chuỗi hội tụ vì <math> q  = \frac{\sqrt{3}}{2} &lt; 1</math>.</p> $S = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{21}.$  | 0.5<br>0.25<br>0.25                 |
| 4b. | $\lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{a_{n+1}}{a_n} \right  = \lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{\sqrt{(k+1)^2 + 1}}{2^{k+1}[(k+1)^4 + 3]} \cdot \frac{2^k(k^4 + 3)}{\sqrt{k^2 + 1}} \right  = \frac{1}{2}$ <p>Bán kính hội tụ là <math>R = 2</math></p> <p>Tại <math>x+5 = 2</math>, chuỗi đã cho trở thành <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n^4 + 3}</math>, chuỗi số này hội tụ (vì đây là chuỗi số dương, chọn: <math>b_n = \frac{1}{n^3}</math>, và chuỗi <math>\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}</math> là hội tụ).</p> <p>Tại <math>x + 5 = -2</math>, chuỗi đã cho trở thành chuỗi số: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n^2 + 1}}{n^4 + 3}</math>. Chuỗi số này hội tụ (vì đây là chuỗi đan dấu, có: <math>b_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n^4 + 3} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0</math>, và dãy <math>\{b_n\}</math> là dãy giảm).</p> <p>Vậy miền hội tụ của (2) là <math>[-2, 2]</math>, miền hội tụ của chuỗi lũy thừa đã cho là <math>[-7, -3]</math>.</p> | 0.5<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25 |
| 4c  | $f(x) = \frac{x^2}{2\left(1+\frac{x}{2}\right)} = \frac{x^2}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-x}{2}\right)^k$ $= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2^{k+1}} x^{k+2} \text{ với } -2 < x < 2$   | 0.5<br>0.5                          |
| 5.  | <p>Từ <math>A(3,1,3), B(4,3,5)</math> và <math>C(-2,3,1-a)</math>, <math>\vec{AB} = \langle 1,2,2 \rangle, \vec{AC} = \langle -5,2,-2-a \rangle</math>.</p> <p>Diện tích tam giác ABC:</p> $S_{ABC} = \frac{1}{2} \ \vec{AB} \times \vec{AC}\  = \frac{1}{2} \sqrt{(-8-2a)^2 + (a-8)^2 + 12^2}$ $= \frac{1}{2} \sqrt{5a^2 + 16a + 272}$ <p>Theo đề bài :</p> $S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{5a^2 + 16a + 272} = 9$ $\Leftrightarrow 5a^2 + 16a - 52 = 0 \Leftrightarrow a = 2(\text{nhận}) \vee a = -\frac{26}{5} < 0 (\text{loại})$  | 0.25<br>0.5<br>0.25                 |