

Câu 1. (1đ) Sản lượng hàng ngày (đơn vị tính là 1 tấn) của một nhà máy xác định bởi $Q(K, L) = 12.K^{1/2}.L^{1/3}$, trong đó K là lượng vốn đầu tư (đơn vị tính là 1 triệu đồng), L là lượng lao động (đơn vị tính là 1 giờ). Hiện tại, lượng vốn đầu tư là 100 triệu đồng và lượng lao động là 1000 giờ. Ước tính sự thay đổi của sản lượng nếu lượng vốn đầu tư tăng thêm 1 triệu đồng và lượng lao động tăng thêm 2 giờ.

Câu 2. (1đ) Xét bài toán cực tiểu hàm chi phí sản xuất $C = WL + RK$ với ràng buộc về sản lượng hàng ngày của nhà máy là Q , trong đó W là tiền công cho mỗi lao động, L là số lao động, R là giá vốn, và K là lượng vốn. Giả sử hàm chi phí tối ưu là

$$C^*(Q, R, W) = 5.2^{-\frac{2}{5}}.3^{-\frac{3}{5}}.Q^{\frac{1}{5}}.W^{\frac{2}{5}}.R^{\frac{3}{5}}.$$

Tìm lượng vốn tối ưu $K^*(W, R, Q)$ và lượng lao động tối ưu $L^*(W, R, Q)$ (là những giá trị làm cho chi phí nhỏ nhất và đạt được mức sản lượng Q).

Câu 3. (1đ) Xét mô hình cung cầu:
$$\begin{cases} Q^D = 4 - (P + T_1) \\ Q^S = 1 + \frac{1}{4}(P - T_2) \\ Q^D = Q^S = Q \end{cases}$$

trong đó Q^D là lượng cầu, Q^S là lượng cung, T_1 là mức thuế mà người tiêu dùng phải trả và T_2 là mức thuế mà nhà sản xuất phải trả, Q là sản lượng cân bằng. Anh/chị hãy cho biết các mức thuế ảnh hưởng như thế nào đến lượng cầu cân bằng và lượng cung cân bằng? biết rằng trong mô hình này P, Q là các biến nội sinh; T_1, T_2 là biến ngoại sinh.

Câu 4. (1.5đ) Tuấn có hai phương án mở rộng và cải tạo cửa hàng nhập khẩu của mình. Phương án đầu tiên sẽ tiêu tốn 40.000 đô la và phương án thứ hai sẽ tốn 25.000 đô la. Tuy nhiên, phương án thứ nhất sẽ mang lại dòng thu nhập liên tục với tốc độ là 10.000 đô la mỗi năm, trong khi dòng thu nhập liên tục từ phương án thứ hai mang lại là 8.000 đô la mỗi năm. Phương án nào sẽ mang lại nhiều thu nhập ròng hơn trong 5 năm tới nếu lãi suất là 6%/năm được gộp lãi liên tục? Biết rằng nếu tốc độ dòng tiền chảy vào tài khoản là $f(t)$ trong khoảng thời gian $[0, T]$ với lãi suất hàng năm là r được gộp liên tục thì thu nhập ròng là

$$TNR = \left(\int_0^T f(t)e^{-rt} dt - V \right) e^{rT},$$

trong đó V là tiền vốn bỏ ra ban đầu.

Câu 5. (1đ) Một nhà nghiên cứu lập mô hình nhiệt độ T (tính bằng $^{\circ}\text{C}$) trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 6 giờ chiều ở một thành phố nào đó theo hàm

$$T = 3 - \frac{1}{3}(t-5)^2, 0 \leq t \leq 12$$

trong đó t là số giờ sau 6 giờ sáng.

- Anh/chị hãy xác định nhiệt độ trung bình trong thành phố từ 8 giờ sáng đến 5 giờ chiều.
- Vào những thời điểm nào trong ngày, nhiệt độ trong thành phố bằng với nhiệt độ trung bình được tìm thấy ở phần a.?

Câu 6. (1.5đ) Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ là $f(x) = \begin{cases} 0,2e^{-0,2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$.

Tính kỳ vọng và phương sai của X .

Câu 7. (1.5đ) Trong mô hình kinh tế vĩ mô cho:
$$\begin{cases} Y_t = C_t + I_t + G_t \\ C_t = 45 + 0,3Y_{t-1} \\ I_t = 55, G_t = 50, Y_0 = 200 \end{cases}$$
.

Hãy biểu diễn thu nhập quốc dân Y_t một cách tường minh theo thời gian t . Nền kinh tế có ổn định không? Vì sao?

Câu 8. (1,5đ) Tìm hàm giá $P(t)$ của một loại sản phẩm biết rằng giá tại thời điểm t thỏa mãn phương trình vi phân $P''(t) - P'(t) - 2P(t) = -40$ và các điều kiện đầu $P(0) = 30, P'(0) = 1$. Cho biết giá $P(t)$ có hội tụ đến giá cân bằng khi thời gian đủ lớn không? Vì sao?

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G 2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và hệ hàm ẩn.	Câu 1, Câu 3
[G 2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán tìm cực trị trong kinh tế. Kiểm tra các định lý bao.	Câu 2
[G 2.3]: Tính được tích phân và ứng dụng trong kinh tế, tính được kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên	Câu 4, Câu 5, Câu 6
[G 2.4]: Áp dụng phương pháp trong lý thuyết để giải các bài toán ứng dụng phương trình sai phân cấp 1, 2 và phương trình vi phân cấp 1, 2 trong kinh tế	Câu 7, Câu 8

Ngày 8 tháng 5 năm 2023
Thông qua bộ môn