

ĐÁP ÁN TOÁN 1 – HỌC KỲ II NĂM HỌC 2023 – 2024

Ngày thi: 06/06/2024

Câu	Đáp án	Điểm								
1a	Số tiền trả theo phương thức 1: $g[f(x)] = g[0,85x] = 0,85x - 100000$	0,5								
1b	Số tiền trả theo phương thức 2: $f[g(x)] = f[x - 100000] = 0,85(x - 100000) = 0,85x - 85000$	0,5								
1c	Với $x = 10.000.000$: Số tiền chi trả theo PT1: $g[f(10.000.000)] = 0,85 \times 10.000.000 - 100.000 = 8.400.000$ đồng Số tiền chi trả theo PT2: $f[g(10.000.000)] = 0,85 \times 10.000.000 - 85000 = 8.415.000$ đồng Vậy nên chọn trả tiền theo phương thức 1 để số tiền ít hơn.	0,25 0,25								
2a	$f(2) = 14$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a}{x} = \frac{a}{2}$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + 5x) = 14$ Hàm số f liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow a = 28$	0,25 0,25 0,25 0,25								
2b	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\frac{28}{x} - 14}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{28 - 14x}{x(x - 2)} = -7$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 7) = 9$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ không tồn tại nên hàm số không khả vi tại $x = 2$ $\Rightarrow f'(2)$ không tồn tại.	0,5 0,5 0,25 0,25								
3	Đạo hàm hai vế phương trình $x^3 - y^3 = 8xy$ theo biến x , ta có $3x^2 - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 8y + 8x \frac{dy}{dx}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 8y}{8x + 3y^2}$ $\Rightarrow \left. \frac{dy}{dx} \right _{x=-4, y=4} = \frac{3(-4)^2 - 8 \times 4}{8(-4) + 3 \times 4^2} = 1$	0,5(0,25 mỗi vế) 0,25 0,25								
4	Gọi r, h, V : lần lượt là bán kính, chiều cao và thể tích ly nước, ta có $2prh + pr^2 = 60$ $\Rightarrow h = \frac{30}{pr} - \frac{r}{2} \Rightarrow V = pr^2h = pr^2 \left(\frac{30}{pr} - \frac{r}{2} \right) = 30r - \frac{p}{2} r^3$ $V' = 30 - \frac{3p}{2} r^2 = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{20}{p}}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">r</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\sqrt{\frac{20}{p}}$</td> <td style="padding: 5px;">∞</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">V'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> </tr> </table>	r	0	$\sqrt{\frac{20}{p}}$	∞	V'	$+$	0	$-$	0,25 0,25 0,25 (xét)
r	0	$\sqrt{\frac{20}{p}}$	∞							
V'	$+$	0	$-$							

	$r = \sqrt{\frac{20}{p}} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{20}{p}}$ <p>Vậy thể tích ly nước lớn nhất là $V\left(\sqrt{\frac{20}{p}}\right) = 30\sqrt{\frac{20}{p}} - \frac{p}{2}\left(\sqrt{\frac{20}{p}}\right)^3$ khi ly có bán kính $r = \sqrt{\frac{20}{p}}$ và chiều cao $h = \sqrt{\frac{20}{p}}$</p>	<i>dấu)</i> 0,25 (tính h)
5	$y^2 dy = \frac{2x+3}{(x^2+3x)^5} dx$ <p>Dạng tách biến của phương trình vi phân:</p> $\int y^2 dy = \int \frac{2x+3}{(x^2+3x)^5} dx$ <p>Lấy tích phân hai vế phương trình:</p> $\frac{y^3}{3} = \frac{-1}{4(x^2+3x)^4} + C$ $\frac{y^3}{3} = \frac{-1}{4(x^2+3x)^4} + C$ <p>Nghiệm tổng quát của phương trình là hàm số y thỏa</p>	0,25 0,25 0,5 (0,25 mỗi vế đúng) Thiếu C: -0,25
6	<p>Hệ số góc tiếp tuyến tại (x, y) là $F'(x) = x(x^2 - 2)^{1/3}$</p> $\Rightarrow F(x) = \int F'(x) dx = \int x(x^2 - 2)^{1/3} dx$ $\Rightarrow F(x) = \frac{3}{8}(x^2 - 2)^{4/3} + C$ <p>Ta có: $1 = F(\sqrt{66}) \Rightarrow C = -95$. Vậy hàm số $F(x) = \frac{3}{8}(x^2 - 2)^{4/3} - 95$</p>	0,25 0,5 0,25
7	$\frac{dS}{dt} = 8pr \frac{dr}{dt}$ <p>Tốc độ tăng của diện tích bề mặt quả cầu khi $r = 2mm, \frac{dr}{dt} = 0,02mm/s$ là</p> $\frac{dS}{dt} = 8p \times 2 \times 0,02 = \frac{8p}{25} = 0,32p \approx 1,005 mm^2/s$	0,5 0,5
8	$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_5^{2x+5} e^{3t^2} dt}{x}$ <p>có dạng $\frac{0}{0}$, sử dụng quy tắc L'Hopital</p> $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx} \left(\int_5^{2x+5} e^{3t^2} dt \right)}{1}$ $\frac{d}{dx} \left(\int_5^{2x+5} e^{3t^2} dt \right) = \frac{d}{du} \left(\int_5^u e^{3t^2} dt \right) \frac{du}{dx}, \quad u = 2x + 5$ $\frac{d}{dx} \left(\int_5^{2x+5} e^{3t^2} dt \right) = e^{3u^2} \times 2 = 2e^{3(2x+5)^2}$	0,25 0,25 0,25 0,25

	$I = \lim_{x \rightarrow 0} 2e^{3(2x+5)^2} = 2e^{75}$	
--	---	--

Khi đó

-----Hết-----