

Đáp án

1.a. $\det(A) = 11m - 10$	0.25
A khả nghịch nếu và chỉ nếu $A \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 10/11$	0.25
Với $m = 1$, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 3 \\ 11 & -9 & -5 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	1
1.b. $X = A^{-1}(3B^T + D)$. $B^T = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $3B^T + D = \begin{pmatrix} 9+t & 15 \\ 4 & -7 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 6t+80 & 85 \\ 11t+38 & 178 \\ -5-2t & -34 \end{pmatrix}$	0.5

2.a. Phương trình đặc trưng $m^2 - 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1 - i, m = 1 + i$	0.5
Nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất liên kết $y_c = c_1 e^x \cos x + c_2 e^x \sin x$	0.25
Gọi $y_p = Ax + B$ là một nghiệm riêng của phương trình vi phân. Khi đó $A = 1/2, B = 1$.	0.5
Nghiệm tổng quát của ptpv đã cho $y = y_c + y_p = c_1 e^x \cos x + c_2 e^x \sin x + \frac{1}{2}x + 1$	0.25
2.b. $\int \frac{-2dx}{x} = -2 \ln(x) \Rightarrow I(x) = e^{-2 \ln(x)} = x^{-2}$	0.75
Nghiệm tổng quát $x^{-2}y = \int x^{-2}x^2 e^x dx = e^x + C$	0.75

3. Với $L = 0.1, R = 2, C = 0.1$, phương trình trở thành $\frac{di}{dt} + 20i(t) + 100 \int_0^t i(u)du = 10E(t)$	0.25
sử dụng phép biến đổi Laplace ta thu được $s.I(s) - i(0) + 20I(s) + \frac{100I(s)}{s} = 10 \left(\frac{1}{s} - \frac{e^{-3s}}{s} \right)$	0.5
$\Leftrightarrow \frac{(s^2 + 20s + 100)}{s} I(s) = 10 \left(\frac{1}{s} - \frac{e^{-3s}}{s} \right) \Leftrightarrow I(s) = 10 \left(\frac{1}{(s+10)^2} - \frac{e^{-3s}}{(s+10)^2} \right)$	0.25
Sử dụng biến đổi Laplace ngược ta được $i(t) = 10 \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{(s+10)^2} - \frac{e^{-3s}}{(s+10)^2} \right)$ Ta có $\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{(s+10)^2} \right) = te^{-10t}$	0.5
và do đó $\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{e^{-3s}}{(s+10)^2} \right) = (t-3)e^{-10(t-3)} \mathcal{U}(t-3)$. Suy ra $i(t) = 10(te^{-10t} - (t-3)e^{-10(t-3)} \mathcal{U}(t-3))$.	0.5

<p>4.a. Với $a = 10, b = 1, h = 0.2P$, phương trình trở thành</p> $\frac{dP}{dt} = P(10 - P) - 0.2P$ <p>hay</p> $\frac{dP}{9,8P - P^2} = dt$	0.5
<p>Lấy tích phân hai vế ta được</p> $\int \frac{dP}{-P(P - 9,8)} = \int dt \Leftrightarrow \int \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{9,8 - P} \right) dP = 9.8 \int dt$	0.25
$\Leftrightarrow \ln \left(\left \frac{P}{9,8 - P} \right \right) = 9.8t + \ln C $ $\Leftrightarrow \frac{P}{9,8 - P} = C \cdot e^{9.8t} \Leftrightarrow P = \frac{9,8C e^{9.8t}}{1 + C e^{9.8t}}$	0.25
<p>Với $P(0) = 5$ ta được $C = \frac{25}{24}$.</p>	0.25
<p>Ta có $P = 3/2P_0 \Leftrightarrow t \simeq 0.116$.</p>	0.25
<p>Ta có $\lim_{t \rightarrow \infty} P = 9,8$</p>	0.25
$P(5) = \frac{9,8 \times 5/4,8 e^5}{1 + 5/4,8 \times e^5} \simeq 9,8$	0.25

Công thức Euler: (0.5 điểm)

$$y(x_{n+1}) \simeq y_{n+1} = 0,5(2x_n y_n - \sqrt{y_n}) + y_n$$

Kết quả thu được.

n	x_n	y_n
0	0	1
1	0,5	0,5
2	1	0,3964
3	1,5	0,4781
4	2	0,8495

0.5 điểm