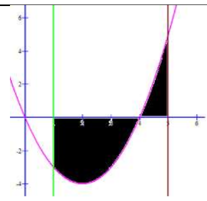
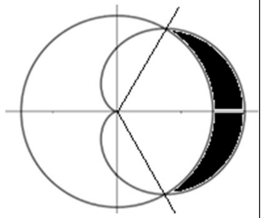
ĐÁP ÁN TOÁN 2 – HỌC KỲ 1 NĂM HỌC 2024-2025

Ngày thi: 19/12/2024

Câu	Nội dung	Điểm
I-1 (1.5)	$S=\int_1^4 -(x^2-4x)dx+\int_4^5 (x^2-4x)\,dx$ $=\left(-\frac{x^3}{3}+2x^2\right)\Big\|_1^4+\left(\frac{x^3}{3}-2x^2\right)\Big\|_4^5=\frac{34}{3}$ 	0,5 (hình) 0,5 0,5
I-2 (1.0)	Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D_1 quanh Oy $V=2\pi\int_1^4 x(4x-x^2)dx$ $=2\pi\left(\frac{4}{3}x^3-\frac{x^4}{4}\right)\Big\|_1^4=\frac{81}{2}\pi$	0,5 0,5
II (1.5)	$3=2+2\cos\theta \Leftrightarrow \theta=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$, chọn $\theta\in[-\pi,\pi)\Rightarrow\theta=\pm\frac{\pi}{3}$  Diện tích miền phẳng thỏa yêu cầu bài toán $A=\frac{1}{2}\int_{\frac{-\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}[(2+2\cos\theta)^2-3^2]d\theta$ $=\frac{1}{2}(8\sin\theta+\sin 2\theta-3\theta)\Big\|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{2}-\pi\approx 4{,}6526$	0,5 0,5 0,5
III-1 (1.0)	$I=\int_0^\infty xe^{-x^2+1}\,dx=-\frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-x^2+1}\,d(-x^2+1)$ $=-\frac{1}{2}e^{-x^2+1}\Big]_0^\infty$ $=\lim_{x\to\infty}\left(-\frac{1}{2}e^{-x^2+1}\right)+\frac{1}{2}e=\frac{e}{2}$	0,25 0,25 0,5
III-2 (1.5)	Thừa số tích phân $I(x)=e^{\int\frac{-2xdx}{x^2+1}}=e^{-\ln(x^2+1)+C_1}$. Chọn $I(x)=\frac{1}{x^2+1}$. Nhân cả hai vế của phương trình đã cho với $I(x)$, ta được $\frac{d}{dx}(y\times I(x))=\frac{1}{x(x^2+1)}$.	0,25 0,25

	Tích phân hai vế ta được nghiệm tổng quát của phương trình là $y = (x^2+1)\left[\int \frac{1}{x(x^2+1)}dx + C\right]$, C là hằng số. $$\int \frac{1}{x(x^2+1)}dx = \int \left[\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}\right]dx = \ln\frac{\lvert x\rvert}{\sqrt{x^2+1}} + C_2$$ Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là: $$y = (x^2+1)\left[\ln\frac{\lvert x\rvert}{\sqrt{x^2+1}} + C\right].$$	0,25 0,5 0,25
IV-1 (1.0)	Ta có $$\lim_{k\to\infty}\left\lvert\frac{a_{k+1}}{a_k}\right\rvert = \lim_{k\to\infty}\frac{3}{k+1} = 0 < 1.$$ Vậy chuỗi đã cho hội tụ theo Tiêu chuẩn tỷ số mở rộng. Ta đã biết $$e^x = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}, \forall x \in \mathbb{R}.$$ Thay $x = -3$ vào khai triển này ta nhận được $$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-3)^k}{k!} = e^{-3} = \frac{1}{e^3}.$$ Từ đó suy ra $$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-3)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-3)^k}{k!} - 1 = e^{-3} - 1 = \frac{1}{e^3} - 1.$$ (sinh viên có thể suy ra tính hội tụ của chuỗi đã cho từ việc khai triển e^x này đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.)	0,5 0,25 0,25
VI-2 (1.5)	Đặt $A_k = \frac{2^k}{\sqrt{k^2+5}}(x-4)^k, \forall k \geq 1.$ Xét $$L = \lim_{k\to\infty}\left\lvert\frac{A_{k+1}}{A_k}\right\rvert = \lim_{k\to\infty}\left\lvert\frac{2^{k+1}(x-4)^{k+1}}{\sqrt{(k+1)^2+5}}\frac{\sqrt{k^2+5}}{2^k(x-4)^k}\right\rvert = 2\lvert x-4\rvert$$ Chuỗi lũy thừa hội tụ nếu $L < 1 \Leftrightarrow \frac{7}{2} < x < \frac{9}{2}$ Tại $x = \frac{7}{2}$: chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{\sqrt{k^2+5}}$ hội tụ theo Tiêu chuẩn Chuỗi đan dấu. Tại $x = \frac{9}{2}$: chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{k^2+5}}$ phân kỳ theo Tiêu chuẩn So sánh. Vậy tập hội tụ của chuỗi đã cho là $\left[\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right)$.	0,25 0,25 0,5 0,5
V (1.0)	$\mathbf{u}\times\mathbf{v} = \langle 4-3m, -1, 2m-3\rangle$ $2\mathbf{v}-\mathbf{w} = \langle 0, -4, 7\rangle$ $(\mathbf{u}\times\mathbf{v})\cdot(2\mathbf{v}-\mathbf{w}) = 4 + 7(2m-3) = 14m - 17$ $(\mathbf{u}\times\mathbf{v})\cdot(2\mathbf{v}-\mathbf{w}) = 6 \Leftrightarrow m = \frac{23}{14}$	0,25 0,25 0,25 0,25

---Hết---