

Câu 1 (1.5 điểm)

Giải và biện luận theo tham số m hệ phương trình
$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + mx_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + mx_3 = 1 \end{cases}$$

Câu 2 (1.5 điểm)

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ và $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Hãy giải phương trình $Ax = b$ bằng cách sử dụng phép phân tích LU của ma trận A.

Câu 3 (1.5 điểm)

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ và phép biến đổi tuyến tính $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$T(x) = Ax$, với mọi $x \in \mathbb{R}^3$. Tìm cơ sở và số chiều của hạt nhân $\text{Ker}T$.

Câu 4 (1.5 điểm)

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \\ -8 & -2 & 9 \end{pmatrix}$ và $w = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Hãy xác định xem w có thuộc của $\text{Col}A$ và

của $\text{Nul}A$ không?

Câu 5 (2.0 điểm)

Cho $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ và $C = \{c_1, c_2, c_3\}$ là hai cơ sở của không gian véc tơ V . Giả sử

$$b_1 = 4c_1 - c_2, \quad b_2 = -c_1 + c_2 + c_3, \quad b_3 = c_2 - 2c_3.$$

a. Tìm ma trận chuyển cơ sở từ B sang C.

b. Tìm tọa độ véc tơ x theo cơ sở C, biết $x = 3b_1 + 4b_2 + b_3$.

Câu 6 (2.0 điểm)

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

a. Tìm ma trận khả nghịch P sao cho $P^{-1}AP$ là ma trận chéo.

b. Tìm A^{2023} .

HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G2.3]: Thực hiện được các phép toán ma trận, tính được định thức, các phép biến đổi sơ cấp, tìm hạng ma trận, tìm được ma trận nghịch đảo, giải được hệ phương trình tuyến tính (giải bằng tay hay bằng cách sử dụng máy tính có cài đặt phần mềm ứng dụng phù hợp như matlab, maple, ...) và biết ứng dụng vào các mô hình tuyến tính.	Câu 1, Câu 2
[CĐR G2.4]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về không gian vectơ, không gian Euclide như: chứng minh không gian con; xác định một vectơ có là tổ hợp tuyến tính của một hệ vectơ; xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của một hệ vectơ; tìm cơ sở, số chiều của một không gian vectơ; tìm tọa độ của một vectơ đối với một cơ sở, tìm ma trận đổi cơ sở; phương pháp Gram-Schmidt để xây dựng hệ vectơ trực giao từ một hệ vectơ độc lập tuyến tính,...	Câu 4, Câu 5.
[CĐR G2.5]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về ánh xạ tuyến tính, chéo hóa ma trận, dạng toàn phương: tìm nhân, ảnh, ma trận, hạng của ánh xạ tuyến tính; tìm trị riêng, vectơ riêng, chéo hóa ma trận; xét dấu dạng toàn phương; đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc.	Câu 3, Câu 6

Ngày 10 tháng 12 năm 2023

Bộ môn phê duyệt

(ghi rõ họ và tên)