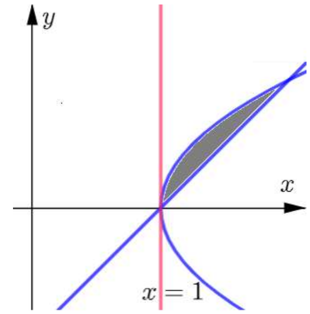
Câu I: (2.5 điểm)



Hình 1

a. $S=\int_1^2[\sqrt{x-1}-x+1]dx=\frac{1}{6}$. (0.5đ)

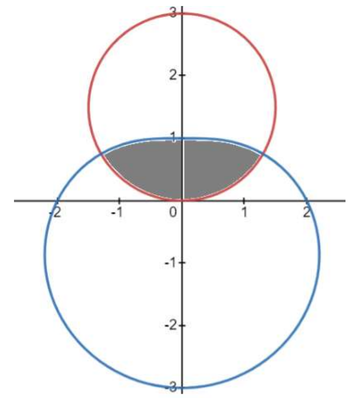
a. $V=\pi\int_0^1[(1+y-1)^2-(1+y^2-1)^4]dy=\pi\int_0^1[y^2-y^4]dy=\frac{\pi}{12}$.

(Cận 0.25 điểm; hàm 0.5; đáp án 0.25)

b. (1 điểm)

Giao điểm: $\theta=\frac{\pi}{6}\ \ v\ \ \theta=\frac{5\pi}{6}$. (0.25)

Diện tích cần tìm


Hình 2

$A=2\cdot\frac{1}{2}\left(\int_0^{\frac{\pi}{6}}(3\sin\theta)^2d\theta+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(2-\sin\theta)^2d\theta\right)$ (0.5)

$$=\frac{3\pi}{4}-\frac{9\sqrt{3}}{8}+2\pi-2\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}-4\pi}{8}$$

$=\frac{9\pi}{4}-\frac{12\sqrt{3}}{4}$ (0.25)

Câu II . (1.5 điểm)

$$I=\int_1^{\infty}\left[\frac{x^3}{x^4+1}-\frac{1}{x+1}\right]dx=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{4}\ln(x^4+1)-\ln(x+1)\right)\Bigg|_1^t \qquad (1.0)$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{4}\ln(t^4+1)-\ln(t+1)\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)\ln 2$$

$$=\lim_{t\to\infty}\ln\frac{(t^4+1)^{\frac{1}{4}}}{t+1}+\left(1-\frac{1}{4}\right)\ln 2$$

$=\left(1-\frac{1}{4}\right)\ln 2$ (0.5)

Câu III. (1.5 điểm)

Đưa phương trình về dạng $y'-\frac{3}{x}y=x^4e^{x^2}$ (0.25)

Một thừa số tích phân là $I(x)=\frac{1}{x^3}$ (0.5)

Nghiệm tổng quát $y(x)=x^3\left(\int xe^{x^2}dx+C\right)=x^3\left(\frac{1}{2}e^{x^2}+C\right)$ (0.5)

$y(2)=0$ nên $C=-\frac{1}{2}e$. Nghiệm của bài toán là $y=x^3\left(\frac{1}{2}e^{x^2}-\frac{e}{2}\right)$ (0.25)

Câu IV: (3.5 điểm)

a. (0.5đ) Chuỗi hình học với q=(3/4). (0.5đ) Chuỗi hội tụ và có tổng là $\frac{36}{7}$.

b. (0.5đ) $\lim_{k\to\infty}\frac{a_{k+1}}{a_k} = \lim_{k\to\infty}\frac{2k-3}{2k-5}\frac{2^k-1}{2^{k+1}-1}$; (0.25)= $\frac{1}{2}$ nên chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn tỷ lệ (0.25).

c. (0.75 đ) $L = \frac{|x+3|}{2}$

Tại $x = -4$, chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz; (0.25)

Tại $x = -1$: chuỗi phân kì (0.25)

Tập hội tụ $-4 \le x < -1$. (0.25)

Câu V: (1 điểm)

$\mathbf{u} = \langle 0,5,0\rangle$; $\mathbf{v}$= $\langle a, \mathrm{b}, 0\rangle$, theo đề bài $|a| = \sqrt{9-b^2}$ (0.25)

$\|\mathbf{u}\times\mathbf{v}\| = 5\sqrt{9-b^2}$ đạt giá trị lớn nhất khi $b = 0$. (0.5)

Khi đó $a = 3$ hoặc $a = -3$ (0.25)