

Đáp án Toán kinh tế 1

Học kỳ 3- Năm học 2022-2023

Câu	Đáp án	Điểm
1	<p>Gọi m là khoản tiền ba mẹ em bé cần gửi tài khoản tiết kiệm khi em bé vừa sinh ra</p> $m \cdot 1,08^{18} + 20 \cdot 1,08^{17} + 20 \cdot 1,08^{16} + \dots + 20 \cdot 1,08^1 + 20 \cdot 1,08^0$ $= m \cdot 1,08^{18} + 20 \cdot \frac{1,08^{18} - 1}{1,08 - 1} = 1000 \text{ (triệu đồng)}$ <p>Suy ra $m = 62,811129$ (triệu đồng).</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
2	<p>D là nhu cầu, P là giá của loại sản phẩm lưu niệm này.</p> <p>Khi giảm giá 10 ngàn cho một sản phẩm thì số sản phẩm bán được một tháng tăng thêm 20 sản phẩm, suy ra nhu cầu D phụ thuộc tuyến tính vào giá P (đơn vị: ngàn đồng)</p> $D = a + bP$ <p>Nhà sản xuất bán với giá 150 ngàn một sản phẩm thì bán được 200 sản phẩm</p> $200 = a + 150 \cdot b$ $220 = a + 140 \cdot b$ <p>Giải hệ ta có $a = 500; b = -2$.</p> <p>Hàm nhu cầu $D = 500 - 2P$. Suy ra miền giá trị của P là $0 \leq P \leq 250$.</p> <p>Hàm lợi nhuận $\pi = (500 - 2P)(P - 40) = -2P^2 + 580P - 20000$</p> $\pi'(P) = -4P + 580 = 0 \Rightarrow P = 145$ $\pi(0) = -20000; \pi(250) = 0; \pi(145) = 22050$ <p>Vậy khi nhà sản xuất bán một sản phẩm lưu niệm với giá 145 (ngàn đồng) thì lợi nhuận thu được trong một tháng đạt cực đại là 22 triệu 50 ngàn đồng.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

3	<p>Gọi x, y, z lần lượt là khoản thuế doanh nghiệp, khoản thuế thu nhập cá nhân, khoản quyên góp.</p> $\begin{aligned} z &= 0,1(3500 - x - y) \\ x &= 0,2(3500 - z) \\ y &= 0,35(3500 - x - z - 355,8) \end{aligned}$ <p>Ta có x, y, z thỏa mãn hệ phương trình</p> $\begin{cases} 0,1x + 0,1y + z = 350 \\ x + 0y + 0,2z = 700 \\ 0,35x + y + 0,35z = 1100,47 \end{cases}$ <p>Giải hệ ta có</p> $x = 659,1485294; y = 798,2779412; z = 204,2573529 \text{ (triệu đồng)}$	
4	<p>Ma trận xác định dạng toàn phương</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ <p>Có 2 trị riêng $\lambda_1 = -2; \lambda_2 = 4$.</p> <p>Tương ứng với trị riêng $\lambda_1 = -2$ ma trận A có một vector riêng $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.</p> <p>Tương ứng với trị riêng $\lambda_2 = 4$ ma trận A có một vector riêng $X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.</p> <p>Đặt $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ta có $C^{-1}AC = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = D$ hay</p> $\begin{aligned} A = CDC^{-1} \Rightarrow A^{50} &= CD^{50}C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-2)^{50} & 0 \\ 0 & 4^{50} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5 & -0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2^{99} + 2^{49} & 2^{99} - 2^{49} \\ 2^{99} - 2^{49} & 2^{99} + 2^{49} \end{pmatrix} \end{aligned}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
5	$f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2); f'_x = \frac{2x}{1 + x^2 + y^2}; f'_y = \frac{2y}{1 + x^2 + y^2}$ $f''_{xx} = \frac{2(1 - x^2 + y^2)}{1 + x^2 + y^2}; f''_{yy} = \frac{2(1 + x^2 - y^2)}{1 + x^2 + y^2}; f''_{xy} = \frac{-4xy}{(1 + x^2 + y^2)^2}$ $f(0,0) = 0; f'_x(0,0) = 0; f'_y(0,0) = 0; f''_{xx}(0,0) = 0;$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	$f''_{xx}(0,0) = f''_{yy}(0,0) = 2$ <p>Khai triển Taylor bậc 2 của $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$ tại lân cận điểm $(0,0)$ là</p> $P_2(x, y) = x^2 + y^2.$ <p>$\ln(1 + 0,01^2 + 0,02^2) \approx P_2(0,01; 0,02) = 0,01^2 + 0,02^2 = 0,0005.$</p>	0,25 0,25 0,5
6	<p>Hàm lợi nhuận</p> $\pi = 18000K^{1/3}L^{1/2} - 600K - 900L$ $\begin{cases} \pi'_K = 6000K^{-2/3}L^{1/2} - 600 = 0 \\ \pi'_L = 9000K^{1/3}L^{-1/2} - 900 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10K^{-2/3}L^{1/2} = 1 \\ 10K^{1/3}L^{-1/2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10^6K^{-4}L^3 = 1 \\ 10^6K^2L^{-3} = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 10^{12}K^{-2} = 1 \\ 10^6K^2 = L^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K = 10^6 \\ L = 10^6 \end{cases}$ <p>Ma trận Hesse của hàm lợi nhuận</p> $H_\pi = \begin{pmatrix} -4000K^{-5/3}L^{1/2} & 3000K^{-2/3}L^{1/2} \\ 3000K^{-2/3}L^{1/2} & -4500K^{1/3}L^{-3/2} \end{pmatrix}$ <p>Ma trận xác định âm vì các định thức con chính</p> $M_1 = -4000K^{-5/3}L^{1/2} < 0; M_2 = 9 \cdot 10^4 K^{-4/3}L > 0 \text{ với mọi } L > 0, K > 0$ <p>Vậy hàm lợi nhuận đạt cực đại khi mức sản xuất là</p> $Q(10^6, 10^6) = (10^6)^{1/3} \cdot (10^6)^{1/2} = 10^5 \text{ (đơn vị sản phẩm)}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25