

Bài	Nội dung	Điểm
1	$z^4 = -1 = \cos\pi + i\sin\pi = \cos(\pi + k2\pi) + i\sin(\pi + k2\pi)$ $z = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{4}\right); k = 0,1,2,3$	0,25 0,25 0,5
2	<p>$f(x)$ xác định $\forall x \neq 0, 1$ nên liên tục $\forall x \neq 0, 1$</p> $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = b = f(0); \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ <p>$\Rightarrow f(x)$ liên tục tại $x=0$ khi $b=1$;</p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos(x-1)}{2x} = \frac{1}{2};$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a + b = f(1) \Rightarrow f(x) \text{ liên tục tại } x=1 \text{ khi } a + b = \frac{1}{2}.$ <p>Vậy để $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thì $a = -\frac{1}{2}; b = 1$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
3	$\ln y = \cos x \cdot \ln x \Rightarrow \frac{y'}{y} = -\sin x \cdot \ln x + \frac{\cos x}{x}$ $y' \left(\frac{\pi}{2}\right) = -\ln\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dy\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\ln\left(\frac{\pi}{2}\right) dx$	0,25 0,25 0,25 0,25
4	<p>Tại lân cận $x=0$ ta có</p> $y = (x+1)e^x = (x+1) \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots\right)$ $= 1 + 2x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{4}{3!}x^3 + \dots + \frac{n+1}{n!}x^n + \dots$ $\frac{y^{(2015)}(0)x^{2015}}{2015!} = \frac{2016x^{2015}}{2015!} \Rightarrow y^{(2015)}(0) = 2016$	0,25 0,25 0,25 0,25
5	<p>Chọn $g(x) = \frac{1}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\sqrt{1-x}}{1/x} = 2$</p> <p>$\int_0^1 \frac{dx}{x}$ phân kì nên tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{1-\sqrt{1-x}}$ phân kì.</p>	0,25 0,5 0,5 0,25
6	$k \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-x^2} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k}{2} e^{-x^2} dx^2 = -\frac{k}{2} \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} - \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x^2} \right) = 0$ <p>Vậy không tồn tại k để $k \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-x^2} dx = e$</p>	0,25 0,5 0,25
7	<p>Chọn $v_n = \frac{1}{n^2}$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n^2}{(n^2+n)^2}}{\frac{1}{n^2}} = 1$;</p> <p>Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ hội tụ nên chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n^2+n)^2}$ hội tụ.</p>	0,5 0,5
8	<p>Đặt $X = -2x$ chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}$ có bán kính hội tụ $R=1$.</p> <p>Tại $X=1$ chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}$ có dạng $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ hội tụ.</p> <p>Tại $X=-1$ chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}$ có dạng $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ hội tụ theo Leibnitz.</p> <p>Miền hội tụ của chuỗi là $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.</p>	0,5 0,5 0,25 0,25
9	$a_0 = 0; a_n = \int_0^1 3\cos n\pi x dx - \int_1^2 3\cos n\pi x dx = 0$ $b_n = \int_0^1 3\sin n\pi x dx - \int_1^2 3\sin n\pi x dx = \frac{3}{n\pi} (\cos 2n\pi - 2\cos n\pi + 1);$ <p>Tại $x \neq k \in \mathbb{Z}$ ta có khai triển Fourier của hàm $f(x)$ là</p> $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\pi} (2 - 2\cos n\pi) \cos n\pi x$ <p>Tại $x = k$ giá trị $f(x) = 0$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25