

ĐÁP ÁN HÀM PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE

(Mã môn học: 1001060, thi ngày: 04/06/2015)

PHẦN TRẮC NGHIỆM LỰA CHỌN

CÂU/ĐỀ	1001-060-132	1001-060-209	1001-060-357	1001-060-485
1	A	B	D	C
2	C	D	C	D
3	C	C	D	B
4	B	B	B	D
5	D	C	C	C
6	D	A	D	A
7	A	B	A	B
8	B	D	B	A
9	A	B	C	B
10	A	A	A	B

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 11. Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình vi phân

$$y'' + y = te^t + 1, y(0) = y'(0) = 0.$$

NỘI DUNG	ĐIỂM
Đặt $\mathcal{L}[y(t)] = Y(p)$ ta có: $p^2Y + Y = \frac{1}{(p-1)^2} + \frac{1}{p}$	0.5
$\Leftrightarrow Y = \frac{p^2 - p + 1}{p(p-1)^2(p^2+1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p-1} + \frac{C}{(p-1)^2} + D\frac{p}{p^2+1} + E\frac{1}{p^2+1}$	0.5
$\Rightarrow y(t) = A + Be^t + Cte^t + D\cos t + E\sin t.$	0.5

Câu 12. Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình tích phân

$$y + e^{2t} * \int_0^t y(u) du = t + e^{2t}.$$

NỘI DUNG	ĐIỂM
Đặt $\mathcal{L}[y(t)] = Y(p)$ ta có: $Y(p) + \frac{Y(p)}{p(p-2)} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p-2}$	0.5
Suy ra $Y(p) \left(\frac{p^2 - 2p + 1}{p(p-2)} \right) = \frac{p^2 + p - 2}{p^2(p-2)}$	0.5
Do đó $Y(p) = \frac{p+2}{p(p-1)} = \frac{-2}{p} + \frac{3}{p-1}.$	0.5
Vậy $y(t) = -2 + 3e^t.$	0.5

Câu 13. Cho hàm phức $f(z) = ze^{\frac{3}{z-1}}$.

a) Khai triển Laurent trong lân cận của $z = 1$:

b) Sử dụng kết quả này tính tích phân $I = \oint_{|z-i|=3} f(z)dz$.

NỘI DUNG		ĐIỂM
Câu a)	$f(z) = ze^{\frac{3}{z-1}} = (z-1+1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!(z-1)^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!(z-1)^{n-1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!(z-1)^n}$	0.5
	Vậy $c_{-1} = \frac{3^2}{2!} + \frac{3}{1!} = \frac{15}{2} = \text{Res}[f(z), 1]$.	0.5
Câu b)	$I = \oint_{ z-i =3} f(z)dz = 2\pi i \text{Res}[f(z), 1] = 2\pi i \frac{15}{2} = 15\pi i.$	0.5