

ĐỀ THI MÔN: HÀM PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE
MÃ MÔN HỌC: 1001060

THỜI GIAN: 75 PHÚT NGÀY THI: 04/06/2015
Đề thi gồm 02 trang bao gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm và 3 câu hỏi tự luận
(Được phép sử dụng tài liệu)
MÃ ĐỀ THI: 1001-060-485

PHẦN TRẮC NGHIỆM LỰA CHỌN (5 ĐIỂM)

Câu 1: Cho hàm phức $f(z) = \frac{\bar{z} \operatorname{Re}(e^z)}{\operatorname{Im}(z)}$. Tìm phần thực $\operatorname{Re}(f)$ với $z = x + iy$.

A. $\operatorname{Re}(f(z)) = -e^x \cos y$

B. $\operatorname{Re}(f(z)) = e^x \cos y$

C. $\operatorname{Re}(f(z)) = \frac{xe^x \cos y}{y}$

D. $\operatorname{Re}(f(z)) = -\frac{xe^x \cos y}{y}$

Câu 2: Khai triển Laurent của hàm $f(z) = (2z + 1) \cos\left(\frac{1}{z}\right)$ trong lân cận của điểm $z = 0$ là:

A. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{(2n+2)!} + \frac{1}{(2n)!} \right) \frac{1}{z^{2n}}$

B. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{(2n+2)!} + \frac{1}{(2n)!} \right) \frac{1}{z^{2n}}$

C. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{(n+1)! z^{2n-1}} + \frac{1}{n! z^{2n}} \right)$

D. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{(2n)! z^{2n-1}} + \frac{1}{(2n)! z^{2n}} \right)$

Câu 3: Cho hàm phức $f(z) = \frac{e^z}{z(z^2 + 6z + 18)}$. Hãy chọn phát biểu **SAI**:

A. $z = -3 + 3i$ là cực điểm cấp 1

B. $z = 0$ là cực điểm cấp 2

C. $z = -3 - 3i$ là cực điểm cấp 1

D. $z = -3 + 3i$ và $z = -3 - 3i$ là các điểm bất thường cô lập

Câu 4: Giả sử hàm gốc $f(t)$ có ảnh là $F(p)$, $\mathcal{L}[f(t)] = F(p)$. Hãy chọn phát biểu **ĐÚNG**:

A. $\mathcal{L}[e^t f(3t)] = F\left(\frac{p}{3}\right)$

B. $\mathcal{L}[e^{3t} * f(t)] = \frac{F(p-3)}{p}$

C. $\mathcal{L}\left[\int_0^t e^{3u} f(u) dt\right] = \frac{F(p-3)}{p-3}$

D. $\mathcal{L}[e^{3t} f(t)] = F(p-3)$

Câu 5: Tìm ảnh của hàm gốc $e^{2t} * \int_0^t \sin(3u) du$:

A. $\frac{1}{p-2} + \frac{3}{p(p^2+9)}$

B. $\frac{1}{p} + \frac{1}{p-2} + \frac{3}{p^2+9}$

C. $\frac{3}{p(p-2)(p^2+9)}$

D. $\frac{3}{(p-2)(p^2+9)}$

Câu 6: Tìm biến đổi Laplace $\mathcal{L}[te^{-2t} \sin(5t)]$:

$$\text{A. } \mathcal{L} \left[te^{-2t} \sin(5t) \right] = \frac{10p + 20}{(p^2 + 4p + 29)^2}$$

$$\text{B. } \mathcal{L} \left[te^{-2t} \sin(5t) \right] = \frac{10p - 20}{\left((p + 2)^2 + 25 \right)^2}$$

$$\text{C. } \mathcal{L} \left[te^{-2t} \sin(5t) \right] = \frac{10(p + 2)}{\left((p - 2)^2 + 25 \right)^2}$$

$$\text{D. } \mathcal{L} \left[te^{-2t} \sin(5t) \right] = \frac{10p - 20}{(p^2 - 4p + 29)^2}$$

Câu 7: Cho hàm phức $f(z) = \frac{\sin \pi z}{z^2(2z - 1)}$. Hãy chọn phát biểu **ĐÚNG**:

$$\text{A. } \text{Res}(f(z), 0) = -\pi i \text{ và } \text{Res}\left(f(z), \frac{1}{2}\right) = 2 \quad \text{B. } \text{Res}(f(z), 0) = -\pi \text{ và } \text{Res}\left(f(z), \frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\text{C. } \text{Res}(f(z), 0) = 2 \text{ và } \text{Res}\left(f(z), \frac{1}{2}\right) = -\pi \quad \text{D. } \text{Res}(f(z), 0) = -\pi \text{ và } \text{Res}\left(f(z), \frac{1}{2}\right) = 4$$

Câu 8: Cho hàm $f(z)$ có khai triển Laurent tại trong lân cận của điểm $z = 0$ là:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2^{2n}}{(2n)! z^{2n+1}} + \frac{1}{(2n)! z^{2n}} \right).$$

Tính tích phân $I = \oint_{|z|=2} z^5 f(z) dz$.

$$\text{A. } -\frac{2\pi i}{6!}$$

$$\text{B. } 2\pi i \left(\frac{4}{5!} - \frac{1}{6!} \right)$$

$$\text{C. } \frac{2\pi i}{6!}$$

$$\text{D. } \frac{8\pi i}{5!}$$

Câu 9: Cho hàm số $u(x, y) = ax + e^x \cos(ay)$. Xác định hằng số phức a sao cho $u(x, y)$ là phần thực của một hàm giải tích trên \mathbb{C} .

$$\text{A. } a = 0$$

$$\text{B. } a = 1 \text{ hoặc } a = -1$$

$$\text{C. } a = 1 \text{ hoặc } a = 2$$

$$\text{D. } \text{Không tồn tại } a$$

Câu 10: Biến đổi Laplace ngược nào sau đây là **SAI**:

$$\text{A. } \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{p^2 - 3p + 2} \right] = e^{2t} - e^t$$

$$\text{B. } \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{p-1} - \frac{3}{2p+3} \right] = 2e^t - 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\text{C. } \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2p-1}{(p-1)^2 + 4} \right] = e^t \left(2 \cos(2t) + \frac{1}{2} \sin(2t) \right)$$

$$\text{D. } \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{3p-2}{p^2+9} \right] = 3 \cos(3t) - \frac{2}{3} \sin(3t)$$

PHẦN TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 11 (1.5 điểm). Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình vi phân sau:

$$y'' + y = te^t + 1 \text{ với điều kiện } y(0) = y'(0) = 0.$$

Câu 12 (2.0 điểm). Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình tích phân:

$$y + e^{2t} * \int_0^t y(u) du = t + e^{2t}.$$

Câu 13 (1.5 điểm). Cho hàm phức $f(z) = ze^{\frac{3}{z-1}}$.

a) Khai triển Laurent hàm f trong lân cận của điểm $z = 1$.

b) Sử dụng kết quả này tính tích phân $I = \oint_{|z-i|=3} f(z) dz$.

A blank page with horizontal dotted lines for writing.

| | | | |
|--|-----------------------|---|--------------|
| TRƯỜNG ĐH SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP HCM | | ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2014-2015 | |
| KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN | | Môn: HÀM PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE | |
| BỘ MÔN TOÁN | | | |
| Chữ ký giám thị 1 | Chữ ký giám thị 2 | Mã môn học: | 1001060 |
| | | Đề số/Mã đề: | 1001-060-485 |
| | | Thời gian: | 75 phút |
| CB chấm thi thứ nhất | CB chấm thi thứ hai | Được phép sử dụng tài liệu | |
| Điểm và chữ ký | Điểm và chữ ký | Họ và tên:..... | |
| | | Mã số SV:..... | |
| | | Số TT:..... Phòng thi:..... | |

PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

| | | | | | | | | | | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| CÂU HỎI | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| TRẢ LỜI | | | | | | | | | | |

PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TỰ LUẬN

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....