ĐỀ THI MÔN: HÀM PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE
MÃ MÔN HỌC: 1001060

THỜI GIAN: 75 PHÚT NGÀY THI: 04/06/2015
Đề thi gồm 02 trang bao gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm và 3 câu hỏi tự luận
(*Được phép sử dụng tài liệu***)**
MÃ ĐỀ THI: 1001-060-357

PHẦN TRẮC NGHIỆM LỰA CHỌN (5 ĐIỂM)

Câu 1: Cho hàm phức $f\left(z\right)=\dfrac{e^{\frac{3}{z}}}{z\left(z^2+6z+18\right)}$. Hãy chọn phát biểu **SAI**:

A. $z=-3+3i$ và $z=-3-3i$ là các điểm bất thường cô lập
B. $z=-3-3i$ là cực điểm cấp 1
C. $z=-3+3i$ là cực điểm cấp 1
D. $z=0$ là cực điểm cấp 2

Câu 2: Cho hàm phức $f\left(z\right)=\dfrac{\overline{z}\,\mathrm{Re}\left(e^z\right)}{\mathrm{Im}\left(z\right)}$. Tìm phần thực $\mathrm{Re}\left(f\right)$ với $z=x+iy$.

A. $\mathrm{Re}\left(f\left(z\right)\right)=-e^x\cos y$
B. $\mathrm{Re}\left(f\left(z\right)\right)=e^x\cos y$
C. $\mathrm{Re}\left(f\left(z\right)\right)=\dfrac{xe^x\cos y}{y}$
D. $\mathrm{Re}\left(f\left(z\right)\right)=-\dfrac{xe^x\cos y}{y}$

Câu 3: Cho hàm phức $f\left(z\right)=\dfrac{\sin\pi z}{z^2\left(2z-1\right)}$. Hãy chọn phát biểu **ĐÚNG**:

A. $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),0\right)=-\pi i$ và $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),\dfrac{1}{2}\right)=2$
B. $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),0\right)=2$ và $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),\dfrac{1}{2}\right)=-\pi$
C. $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),0\right)=-\pi$ và $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),\dfrac{1}{2}\right)=4$
D. $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),0\right)=-\pi$ và $\mathrm{Res}\left(f\left(z\right),\dfrac{1}{2}\right)=2$

Câu 4: Biến đổi Laplace ngược nào sau đây là **SAI**?

A. $\mathscr{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{p^2-3p+2}\right]=e^{2t}-e^t$
B. $\mathscr{L}^{-1}\left[\dfrac{2}{p-1}-\dfrac{3}{2p+3}\right]=2e^t-3e^{\frac{3}{2}t}$
C. $\mathscr{L}^{-1}\left[\dfrac{2p-1}{\left(p-1\right)^2+4}\right]=e^t\left(2\cos\left(2t\right)+\dfrac{1}{2}\sin\left(2t\right)\right)$
D. $\mathscr{L}^{-1}\left[\dfrac{3p-2}{p^2+9}\right]=3\cos\left(3t\right)-\dfrac{2}{3}\sin\left(3t\right)$

Câu 5: Cho hàm số $u\left(x,y\right)=ax+e^x\cos\left(ay\right)$. Xác định hằng số phức a sao cho $u(x,y)$ là phần thực của một hàm giải tích trên $\mathbb{C}$.

A. $a=1$ hoặc $a=2$
B. $a=0$
C. $a=1$ hoặc $a=-1$
D. Không tồn tại *a*

Câu 6: Khai triển Laurent của hàm $f\left(z\right)=\left(2z+1\right)\cos\left(\dfrac{1}{z}\right)$ trong lân cận của điểm z = 0 là:

A. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(-1\right)^n\left(\dfrac{2}{\left(2n+2\right)!}+\dfrac{1}{\left(2n\right)!}\right)\dfrac{1}{z^{2n}}$
B. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(-1\right)^n\left(\dfrac{2}{\left(2n+2\right)!}+\dfrac{1}{\left(2n\right)!}\right)\dfrac{1}{z^{2n}}$
C. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(-1\right)^n\left(\dfrac{2}{\left(n+1\right)!\,z^{2n-1}}+\dfrac{1}{n!\,z^{2n}}\right)$
D. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(-1\right)^n\left(\dfrac{2}{\left(2n\right)!\,z^{2n-1}}+\dfrac{1}{\left(2n\right)!\,z^{2n}}\right)$

Câu 7: Tìm biến đổi Laplace $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right]$:

A. $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right]=\dfrac{10p+20}{\left(p^2+4p+29\right)^2}$

B. $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right]=\dfrac{10p-20}{\left(\left(p+2\right)^2+25\right)^2}$

C. $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right]=\dfrac{10\left(p+2\right)}{\left(\left(p-2\right)^2+25\right)^2}$

D. $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right]=\dfrac{10p-20}{\left(p^2-4p+29\right)^2}$

Câu 8: Tìm ảnh của hàm gốc $e^{2t}*\int\limits_0^t\sin\left(3u\right)du$:

A. $\dfrac{3}{\left(p-2\right)\left(p^2+9\right)}$

B. $\dfrac{3}{p\left(p-2\right)\left(p^2+9\right)}$

C. $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{p-2}+\dfrac{3}{p^2+9}$

D. $\dfrac{1}{p-2}+\dfrac{3}{p\left(p^2+9\right)}$

Câu 9: Giả sử hàm gốc $f(t)$ có ảnh là $F(p)$, $\mathscr{L}\left[f\left(t\right)\right]=F\left(p\right)$. Hãy chọn phát biểu **ĐÚNG**:

A. $\mathscr{L}\left[\int\limits_0^t e^{3u}f\left(u\right)dt\right]=\dfrac{F\left(p-3\right)}{p-3}$

B. $\mathscr{L}\left[e^{t}f\left(3t\right)\right]=F\left(\dfrac{p}{3}\right)$

C. $\mathscr{L}\left[e^{3t}f\left(t\right)\right]=F\left(p-3\right)$

D. $\mathscr{L}\left[e^{3t}*f\left(t\right)\right]=\dfrac{F\left(p-3\right)}{p}$

Câu 10: Cho hàm $f\left(z\right)$ có khai triển Laurent tại trong lân cận của điểm z = 0 là:

$$f\left(z\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(-1\right)^n\left(\frac{2^{2n}}{\left(2n\right)!\,z^{2n+1}}+\frac{1}{\left(2n\right)!\,z^{2n}}\right).$$

Tính tích phân $I=\oint\limits_{|z|=2}z^5f\left(z\right)dz.$

A. $-\dfrac{2\pi i}{6!}$

B. $2\pi i\left(\dfrac{4}{5!}-\dfrac{1}{6!}\right)$

C. $\dfrac{2\pi i}{6!}$

D. $\dfrac{8\pi i}{5!}$

PHẦN TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 11 (1.5 điểm). Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình vi phân sau:

$$y''+y=te^t+1 \text{ với điều kiện } y\left(0\right)=y'\left(0\right)=0.$$

Câu 12 (2.0 điểm). Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình tích phân:

$$y+e^{2t}*\int\limits_0^t y\left(u\right)du=t+e^{2t}.$$

Câu 13 (1.5 điểm). Cho hàm phức $f\left(z\right)=ze^{\frac{3}{z-1}}$.

a) Khai triển Laurent hàm *f* trong lân cận của điểm $z=1$.

b) Sử dụng kết quả này tính tích phân $I=\oint\limits_{|z-i|=3}f\left(z\right)dz.$

TRƯỜNG ĐH SƯ PHẠM KỸ THUẬT TPHCM **KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN** **BỘ MÔN TOÁN**		**ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2014-2015** **Môn:** HÀM PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE **Mã môn học:** 1001060 **Đề số/Mã đề:** 1001-060-357 **Thời gian:** 75 phút **Được phép sử dụng tài liệu**
Chữ ký giám thị 1	Chữ ký giám thị 2	
CB chấm thi thứ nhất	CB chấm thi thứ hai	
Điểm và chữ ký	**Điểm và chữ ký**	**Họ và tên:**..... **Mã số SV:**..... **Số TT:**.....**Phòng thi:**.....

PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CÂU HỎI	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
TRẢ LỜI										

PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TỰ LUẬN

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....