

Câu	Nội dung	Điểm
1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\ln(1+x^2) + x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\ln(1+x^2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2xe^{x^2} + \sin x}{2x} = \frac{3}{2}$	0,25 +0,5 0,5+0,25
2	<p><math>f(x)</math> xác định <math>\forall x \neq 1</math> nên liên tục <math>\forall x \neq 1</math>.</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 + m = f(1); \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = \frac{1}{2}$ <p><math>f(x)</math> liên tục tại <math>x = 1</math> khi <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)</math>  <math>\Rightarrow m = -\frac{1}{2}</math>; Vậy <math>m = -\frac{1}{2}</math> thì <math>f(x)</math> liên tục trên R.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
3	<p>Đạo hàm hai vế phương trình <math>e^{xy} + 2y \cos x = 3</math> theo biến <math>x</math> ta có</p> $(y + xy')e^x + 2y' \cos x - 2y \sin x = 0$ <p>Tại điểm <math>(0, 1)</math> ta có <math>(1 + 0 \cdot y'(0)) \cdot e^0 + 2y'(0) \cdot \cos 0 - 2 \sin 0 = 0</math>  Suy ra <math>y'(0) = -\frac{1}{2}</math>. Và <math>dy(0, 1) = -\frac{1}{2} dx</math>.</p>	0,5 0,25 0,25+0,5
4.1	$\int_1^{+\infty} x(x-1)e^{-2x^3+3x^2} dx = -\frac{1}{6} \int_1^{+\infty} e^{-2x^3+3x^2} d(-2x^3+3x^2)$ $= -\frac{1}{6} \left[ \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x^3+3x^2} - e^{-2+3} \right] = \frac{e}{6}$	0,25+0,25 0,25+0,25
4.2	<p><math>\int_1^2 \frac{1+\sin x}{x^3-4x^2+4x} dx = \int_1^2 f(x) dx</math> là tích phân suy rộng loại 2 tại cận trên <math>x=2</math>.</p> $g(x) = \frac{1}{(x-2)^2}; \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(1+\sin x)(x-2)^2}{x^3-4x^2+4x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(1+\sin x)}{x} = \frac{1+\sin 2}{2}$ hữu hạn. Mà $\int_1^2 \frac{1}{(x-2)^2} dx$ phân kì nên $\int_1^2 \frac{1+\sin x}{x^3-4x^2+4x} dx$ phân kì.	0,25 0,25+0,25 0,25
4.2	<p>với <math>M = \max_{x \in [0,1]}  f''(x)  = \max_{x \in [0,1]}  4x^2 e^{x^2} + 2e^{x^2}  = f''(1) = 6e</math>.</p> $ I - I_H  \leq 0,005$ khi $\frac{(1-0)^3}{12n^2} M \leq 0,005$ suy ra $n \geq 16,4872$ chọn $n=17$ Sử dụng phương pháp hình thang với 17 đoạn chia ta có $I \approx I_H = 1,46421848$	0,25 0,25+0,25 0,25
5.1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1.3.5.7 \dots (2n+1)(2n+3)}{(3^{n+1}+1) \cdot (n+1)!} \cdot \frac{(3^n+1) \cdot n!}{1.3.5.7 \dots (2n+1)} = \frac{2}{3} < 1$ <p>Vậy chuỗi hội tụ.</p>	0,5+0,25 0,25
5.2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{2n}} = \sum_{n=1}^{\infty} X^n$ với $X = \frac{x+1}{4}$ Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} X^n$ hội tụ khi $-1 < X < 1$ tương ứng với $-5 < x < 3$ . Vậy miền hội tụ của chuỗi hàm là $-5 < x < 3$ .	0,25 0,25+0,25 0,25
5.3	$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (1+x) dx = \frac{3\pi}{2} + 1$ $a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx dx = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (1+x) \cos nx dx$ $= \frac{n \sin(2\pi n) - n \sin(\pi n) + 2\pi n \sin(2\pi n) - \pi n \sin(\pi n) + \cos(2\pi n) - \cos(\pi n)}{\pi n^2}$ $= \frac{1 - (-1)^n}{\pi n^2}; n = 1, 2, 3, \dots$ $b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (1+x) \sin nx dx$ $= \frac{n \cos(\pi n) - n \cos(2\pi n) + \pi n \cos(\pi n) - 2\pi n \cos(2\pi n) + \sin(2\pi n) - \sin(\pi n)}{\pi n}$ $= \frac{(1+\pi)(-1)^n - 1 - 2\pi}{\pi n}; n = 1, 2, 3, \dots$ $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad x \neq k\pi.$	0,25 0,25 0,25