

Câu	□	Nội dung	Điểm
I			2,50
	1	$z^3 - i = 0 \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}} = \cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \right), k = 0, 1, 2.$ $z_1 = \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} \right), z_2 = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{6} \right), z_3 = -i$ $z_1^4 + z_2^4 + z_3^4 = \cos \left(\frac{4\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{4\pi}{6} \right) + \cos \left(\frac{20\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{20\pi}{6} \right) + 1 = 0$	0,50 0,25 0,50
	2	$f(x) \text{ liên tục tại } x = -1 \Leftrightarrow f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ $\Leftrightarrow m = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - x - 2) \sin(\pi x)}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 2) \sin(\pi x)}{x + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(\pi x) + (x - 2)\pi \cos(\pi x)}{1}$ $= 3\pi$	0,50 0,25 0,25 0,25
II			2,50
	1	$x < 0: f'(x) = -\sin x$ $x > 0: f'(x) = \left(e^{x \ln(1+x)} \right)' = \left(\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} \right) (1+x)^x$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x \ln(1+x)} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \ln(1+x)}{x} = 0$ $\Rightarrow f'(0) = 0$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	2	$f(x) = \left(1 + \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2!} + o(x^5) \right) \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + o(x^5) \right)$ $\Rightarrow \frac{f^{(5)}(0)}{5!} = \frac{1}{5!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{2!}$ $\Rightarrow f^{(5)}(0) = 41$	0,50 0,50 0,25
III			2,00
	1	Đặt $t = \sqrt[3]{\ln x}$. Ta có: $\frac{dx}{x} = 3t^2 dt$, $t(1) = 0$, $t(e) = 1$. $I = \int_0^1 \frac{3t^2 dt}{t} = \frac{3}{2}$	0,50 0,50
	2	$0 \leq \frac{\sqrt{x-1}}{x^3 + \sqrt{x^4-1}} \sim \frac{1}{x^{5/2}} \text{ khi } x \rightarrow +\infty$ $\int_1^{+\infty} x^{-5/2} dx \text{ hội tụ} \Rightarrow \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^3 + \sqrt{x^4-1}} dx \text{ hội tụ}$	0,50 0,50

IV			3,00
1	Ta có $u_n = \left(\frac{n^2 + 1}{3n^2 + n} \right)^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \frac{1}{3}$	0,50	
	$\frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ hội tụ	0,50	
2	Bán kính hội tụ $R = 1$	0,25	
	Tại $x = 0$ ta có chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2x+1)^n}{\ln(n+2)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{\ln(n+2)}$ phân kỳ theo tiêu chuẩn so sánh	0,25	
	Tại $x = -1$ ta có chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2x+1)^n}{\ln(n+2)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+2)}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz	0,25	
	Vậy miền hội tụ của chuỗi là $-1 \leq x < 0$.	0,25	
3	Hàm $f(x)$ đơn điệu từng khúc, bị chặn trên khoảng $(-\pi, \pi)$ và liên tục trên \mathbb{R} nên		
	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), x \in \mathbb{R}$	0,25	
	với $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \pi + 2,$	0,25	
	$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx = \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi n^2}$	0,25	
	$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx = 0, \quad n \geq 1$	0,25	