

Câu 1 (2,5đ):

a) Tính $N = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} 2xdy$. Viết lại tích phân theo thứ tự tính khác.

b) Xác định cận tích phân $K = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$ với Ω là miền giới hạn bởi $z = 1 + x^2 + y^2$ và $z = 5 - x^2 - y^2$ trong tọa độ trụ.

Câu 2 (2,5đ):

a) Tính $A = \int_{(L)} xy dl$ với (L): $x = 4 \cos t$; $y = 4 \sin t$; $z = 3t$ ($0 \leq t \leq \pi$).

b) Tính $B = \int_{(C)} y dx - x dy$ với (C) là đường cong $y = x^3$ nối từ A(1,1) tới 0(0,0).

Câu 3 (2đ):

Tính $I = \iint_S (x^3 + y) dy dz + (z + y^3) dx dz + (1 + z^3) dx dy$ với S là mặt ngoài của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Câu 4 (3đ): Giải các phương trình vi phân

a) $e^{2x} \cdot y \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y}$ thỏa $y(0) = 0$.

b) $y'' - y = 4e^x$.

Ghi chú:

- Cán bộ coi thi không giải thích đề thi

Ngày 9 tháng 12 năm 2014

Chủ nhiệm bộ môn

Đáp án Toán 3(CĐ)

1. (1,5đ+1đ)

a)

$$N = \int_0^1 2xy|_{x^2}^{2-x} dx = \int_0^1 (4x - 2x^2 - 2x^3) dx \quad (0,5d) = \left(2x^2 - 2\frac{x^3}{3} - \frac{2x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{6} \quad (0,5đ)$$

$$N = \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} 2x dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} 2x dx \quad (0,5d)$$

b)

$$K = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\sqrt{2}} r^3 dr \int_{1+r^2}^{5-r^2} dz \quad (1d)$$

2. (1,25đ+1,25đ)

a)

$$A = \int_0^{\pi} 8\sin 2t \cdot 5dt \quad (0,5d) = -20\cos 2t \Big|_0^{\pi} \quad (0,5d) = 0 \quad (0,25d)$$

b)

$$B = \int_1^0 (x^3 - x \cdot 3x^2) dx \quad (0,5d) = -\frac{x^4}{4} \Big|_1^0 \quad (0,5d) = \frac{1}{4} \quad (0,25d)$$

3. (2đ)

$$I = \iiint_{\Omega: x^2+y^2+z^2 \leq 4} 3(x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz \quad (0,5d) = 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^2 \rho^4 d\rho \quad (0,5d)$$
$$= 3 \cdot \varphi \Big|_0^{2\pi} \cdot (-\cos \theta) \Big|_0^{\pi} \cdot \frac{\rho^5}{5} \Big|_0^2 \quad (0,5d) = \frac{384\pi}{5} \quad (0,5d)$$

4. (1,5đ+1,5đ)

$$a. y \cdot e^y dy = \frac{1}{e^{2x}} dx \Rightarrow \int y \cdot e^y dy = \int \frac{1}{e^{2x}} dx \quad (0,5d) \Rightarrow ye^y - e^y = -\frac{1}{2e^{2x}} + C \quad (0,5đ)$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2} \Rightarrow ye^y - e^y = -\frac{1}{2e^{2x}} - \frac{1}{2} \quad (0,5đ)$$

b.

Giải phương trình thuần nhất:

$$y'' - y = 0 \Rightarrow \bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-x} \quad (0,5đ)$$

Nghiệm riêng của pt ban đầu : $y_r = 2xe^x$ (0,5đ)

Nghiệm tổng quát của pt ban đầu : $y = \bar{y} + y_r = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 2xe^x$ (0,5đ)