TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP.HCM

KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN

BỘ MÔN TOÁN

ĐÁP ÁN TOÁN A1 CĐ

Mã môn học: 1001111

Ngày thi: 9/1/2015

ĐỀ

Câu I (1,5đ). Giải phương trình $z^5 - 1 + \sqrt{3}i = 0$ trên tập hợp số phức $\mathbb{C}$.

Câu II (1,5đ). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x) - x}{x^2}, & x > 0 \\ x^2 + a, & x \le 0 \end{cases}$. Tìm a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 0$.

Câu III (2đ). Xét sự hội tụ của các tích phân suy rộng sau

1) $I = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x^5 - x + 3} dx$;
2) $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{\sin\sqrt{x}}{x(x+1)} dx$.

Câu IV (2,5đ)

1) Xét sự hội tụ của chuỗi số $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n}{n!}$.
2) Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2+3}$.

Câu V (2,5đ)

1) Cho $y = y(x)$ là hàm ẩn xác định bởi phương trình $1 - xe^{xy} = 0$. Tính $y'(1)$ biết $y(1) = 0$.
2) Tìm cực trị của hàm $z = x^2 + y^2 + xy + 6y$.

ĐÁP ÁN

Câu		Nội dung	Điểm
I	1	$z^5-1+\sqrt{3}i=0 \Leftrightarrow z^5=1-\sqrt{3}i \Leftrightarrow z=\sqrt[5]{1-\sqrt{3}i}$	0,5
		$1-\sqrt{3}i=2\left(\cos\frac{-\pi}{3}+i\sin\frac{-\pi}{3}\right)$	0,5
		$z=\sqrt[5]{2}\left(\cos\frac{-\pi/3+k2\pi}{5}+i\sin\frac{-\pi/3+k2\pi}{5}\right),\ k=0,1,2,3,4$.	0,5
	2	$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)-x}{x^2}=-\frac{1}{2}$.	0,5
		$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(x^2+a\right)=a$.	0,25
		$f(0)=a$.	0,25
		$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=f(0)\Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$.	0,5
III	1	Khi $x\to+\infty$, $\frac{\sqrt{x}+1}{x^5-x+3}\sim\frac{\sqrt{x}}{x^5}=\frac{1}{x^{9/2}}$.	0,5
		Mà $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^{9/2}}dx$ hội tụ (do $\alpha=\frac{9}{2}>1$) nên I hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh 2.	0,5
	2	Khi $x\to 0^+$, $\frac{\sin\sqrt{x}}{x(x+1)}\sim\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{1}{\sqrt{x}}$.	0,5
		Mà $\int_0^1\frac{1}{\sqrt{x}}dx$ hội tụ nên J hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh 2.	0,5
IV	1	$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5^{n+1}}{(n+1)!}.\frac{n!}{5^n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5}{n+1}=0$,	0,5
		Do $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$ nên chuỗi đã cho hội tụ theo tiêu chuẩn D'Alambert.	0,5
	2	$a_n=\frac{1}{n^2+3}$; Bán kính hội tụ $R=1$, suy ra khoảng hội tụ của chuỗi: $(-1,1)$.	0,5
		Tại $x=-1$, chuỗi số $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+3}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz.	0,5
		Tại $x=1$, chuỗi số $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2+3}$ hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh 2 hoặc so sánh 1. Miền hội tụ của chuỗi lũy thừa: $[-1,1]$.	0,5

V	1	Đặt $F(x,y)=1-xe^{xy}$, ta có: $F'_x=-e^{xy}(1+xy);\ F'_y=-x^2e^{xy}$.	0,5
		$y'(x)=-\dfrac{F'_x}{F'_y}=-\dfrac{1+xy}{x^2}$	0,25
		$y'(1)=-1$.	0,25
	2	$\begin{cases} z'_x=2x+y=0 \\ z'_y=2y+x+6=0 \end{cases}$.	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$, suy ra $M(2,-4)$ là điểm dừng của z.	0,25
		$A=z''_{xx}=2,\ B=z''_{xy}=1,\ C=z''_{yy}=2;\ \Delta=AC-B^2=3$.	0,25
		Tại $M(2,-4)$, do $\begin{cases} \Delta=3>0 \\ A=2>0 \end{cases}$ nên z đạt cực tiểu tại M.	0,5