Trường ĐH Sư Phạm Kỹ Thuật Tp HCM **Đáp án môn: GIẢI TÍCH2 - MATH 130701**

Khoa KHƯD-Bộ môn Toán **Ngày thi: 11/08/2017**

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Thang điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>Đặt $F(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz - 1$
$F'_x = 3x^2 - 3yz;\ F'_y = 3y^2 - 3xz;\ F'_z = 3z^2 - 3xy$
$$z'_x = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{3x^2 - 3yz}{3z^2 - 3xy} = \frac{yz - x^2}{z^2 - xy}$$
$$z'_y = -\frac{F'_y}{F'_z} = -\frac{3y^2 - 3xz}{3z^2 - 3xy} = \frac{xz - y^2}{z^2 - xy}$$
$$dz = \frac{yz - x^2}{z^2 - xy}dx + \frac{xz - y^2}{z^2 - xy}dy$$</td><td>0,5
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>$$f'_x = 2x - 4y;\ f'_y = -4x + 4y^3;\ f''_x = 2; f''_y = 12y^2; f''_{xy} = -4;$$
Giải hệ $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases}$ có các điểm dừng $M(0,0); N(2\sqrt{2};\ \sqrt{2})$ và $P(-2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$
$$B^2 - 4AC = 16 - 96y^2$$
Tại $M(0,0)$ thì $B^2 - 4AC > 0$ nên M không là điểm cực trị
Tại $N(2\sqrt{2};\ \sqrt{2})$ thì $B^2 - 4AC < 0$ và A>0 nên N là điểm cực tiểu
Tại $P(-2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ thì $B^2 - 4AC < 0$ và A>0 nên P là điểm cực tiểu</td><td>0,5
0,25
0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>$$\int_0^2 dy \int_y^{4-y} f(x,y)dx = \int_0^2 dx \int_0^x f(x,y)dy + \int_2^4 dx \int_0^{4-x} f(x,y)dy.$$</td><td>0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>Đặt $\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$ ta có $J = r$.
Phương trình các đường $(x-1)^2 + y^2 = 1$; $(x-2)^2 + y^2 = 4$; $y = x$ và $y = -x$ trong hệ tọa độ cực có dạng: $r = 2\cos\varphi; r = 4\cos\varphi;\ \varphi = \frac{\pi}{4}$ và $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.
$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}dxdy = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_{2\cos\varphi}^{4\cos\varphi} \frac{r}{r}dr = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2\cos\varphi d\varphi = 2\sqrt{2}.$$</td><td>0,5
0,5
0,5</td></tr>
</table>

	$$V = \iiint\limits_V dxdydz$$ Giải hệ phương trình giao tuyến $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=\sqrt{1-x^2-y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ Giải hệ phương trình giao tuyến $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=-\sqrt{x^2+y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ Miền thể tích V giới hạn trên bởi mặt $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$, giới hạn dưới bởi mặt $z=-\sqrt{x^2+y^2}$, và có hình chiếu vuông góc xuống mặt phẳng Oxy là hình tròn $x^2+y^2\le 1$. Đặt $\begin{cases} z=z \\ x=rcos\varphi \\ y=rsin\varphi \end{cases}$ ta có $J=r$. $$V=\iiint\limits_V dxdydz=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^1 dr\int_{-r}^{\sqrt{1-r^2}} rdz=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^1\left(\sqrt{1-r^2}+r\right)rdr=\frac{4\pi}{3}$$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,25** **0,25** **0,25**
3	Tích phân hai vế của phương trình $$\int (y+1)lny\,dy=\int (sinx+e^x)dx.$$ $$\int (y+1)lny\,dy=\left(\frac{y^2}{2}+y\right)lny-\frac{y^2}{4}-y;$$ $$\int (sinx+e^x)dx=-cosx+e^x+C; C=const.$$ Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là $$\left(\frac{y^2}{2}+y\right)lny-\frac{y^2}{4}-y=-cosx+e^x+C; C=const.$$	**0,25** **0,5** **0,5** **0,25**
	Phương trình đặc trưng có hai nghiệm là 1 và 2. Phương trình thuần nhất tương ứng có nghiệm tổng quát $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$ với $C_1;C_2: const$ Nghiệm riêng của phương trình không thuần nhất có dạng $$\bar{Y}(x)=x(Ax+B)e^x+Ccosx+Dsinx.$$ Thế vào phương trình không thuần nhất ta có $A=2; B=1; C=0; D=1.$ Phương trình không thuần nhất có nghiệm tổng quát $$y=C_1e^x+C_2e^{2x}+e^x(2x^2+x)+sinx;\ C_1;C_2: const.$$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,5** **0,25**