ĐÁP ÁN ĐỀ THI TOÁN CAO CẤP A3
Mã môn học: Math130301- Ngày thi: 10/8/2017

Câu	Đáp án	Thang điểm
1 (2 điểm)	Hình vẽ. $I=\int_0^4 dy\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx+\int_4^9 dy\int_{y-6}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$	**1**
	$\mathrm{I}=\dfrac{2125}{12}$	**1**
2 (2điểm)	Descartes: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx\int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} dy\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x,y,z)dz$	**0.5**
	Trụ: $\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^{\sqrt{2}} dr\int_r^{\sqrt{4-r^2}} f(r^2+z^2)rdz$	**0.5**
	Cầu: $\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^{\pi/4}\sin\theta d\theta\int_0^2 f(\rho^2)\rho^2 d\rho$	**0.5**
	Thể tích $V=\dfrac{8\pi}{3}\left(2-\sqrt{2}\right)$	**0.5**
3 (2 điểm)	$div\vec{F}=1+x^2+y^2,\ \overrightarrow{rot}\vec{F}=\vec{0}$	**0.5**
	$W=\iint_S w=\iint_{S\cup S_0} w-\iint_{S_0} w$, $w=xy^2\mathrm{dydz}+yx^2dzdx+zdxdy$ với $S_0:=\left\{z=1,x^2+y^2\le 1\right\},\ (n_{s_0},Oz)<\dfrac{\pi}{2}$ $I_1=\iint_{S_0} w=\iint_{x^2+y^2\le 1} dxdy=\pi$	**0.75**
	$I_2=\iint_{S\cup S_0} w=\iiint_\Omega (1+x^2+y^2)dxdydz=\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^1 dr\int_{r^2}^1 (1+r^2)rdz=\dfrac{2\pi}{3}$ $W=I_2-I_1=\dfrac{2\pi}{3}-\pi=-\dfrac{\pi}{3}$	**0.75**
4 (1.5đ)	$K=\int_1^{-1}\left[(x+(1-x^2)+(1-x^2)^2-1)+(2x+2(1-x^2)x+1)(-2x)\right]dx$	**0.5**
	$=\int_1^{-1}(5x^4-11x^2-x+1)dx=\dfrac{10}{3}$	**1**

	Cách khác : Áp dụng công thức Green $K = \int\limits_{C \cup BA} - \int\limits_{BA} = \int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{1-x^2} dy - \int\limits_{1}^{-1} (x-1)dx = \frac{10}{3}$	
5a (1 điểm)	Phương trình vi phân toàn phần có nghiệm tổng quát $e^{2x} \sin y + x^2 y^2 + xy = C$	**1.0**
5b (1.5 điểm)	Nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất $y_0 = C_1 e^x + C_2 e^{-3x/2}, \ (C_1, C_2 \in \mathbb{R})$	**0.5**
	Phương trình $2y'' + y' - 3y = e^x$ có nghiệm riêng $y_{r1} = \frac{1}{5} x e^x$.	**0.5**
	Phương trình $2y'' + y' - 3y = x$ có nghiệm riêng $y_{r2} = \frac{-1}{3} x - \frac{1}{9}$ Nghiệm tổng quát của phương trình đã cho $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x/2} + \frac{xe^x}{5} - \frac{1}{3} x - \frac{1}{9}$	**0.5**