

Lưu ý: Các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: (2 điểm) Biết phương trình biểu diễn vị trí tại thời điểm t (giây) của một chất điểm chuyển động thẳng là nghiệm $s(t)$ của bài toán Côsi:

$$\begin{cases} s'(t) = t + 3\sqrt{s} \\ s(0) = 0 \end{cases}$$

- (a) Áp dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 2 với bước $h = 1$ ta tính gần đúng được $s(5) \approx$ (1) và vận tốc tức thời $v(5) = s'(5) \approx$ (2).
- (b) Từ các giá trị gần đúng của $s(0 + ih)$, $i = \overline{0;5}$ ở câu (a), áp dụng phương pháp bình phương bé nhất ta tìm được biểu thức xấp xỉ dạng $s = Ae^{Bt^2}$ cho hàm số $s(t)$ với $A \approx$ (3) và $B \approx$ (4).

Câu 2: (1 điểm) Từ lưới nội suy:

x	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	-3	2	-1	-1	0

ta tính được sai phân cấp 4 là $\Delta_0^{(4)} =$ (5) và dùng đa thức nội suy Newton tiến bậc 4 của hàm số $f(x)$ khi $x \in [0;2]$ tính gần đúng được $f(0,8) \approx$ (6).

Câu 3: (2 điểm) Tính gần đúng tích phân $I = \int_1^2 \ln x^2 dx$

- a. Bằng công thức hình thang 5 đoạn chia, ta được $I \approx$ (7) với sai số tuyệt đối được ước lượng là (8).
- b. Bằng công thức Simpson 4 đoạn chia, ta được $I \approx$ (9) với sai số tuyệt đối được ước lượng là (10).

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 4: (2 điểm) Cho phương trình $x^4 - 3x + 1 = 0$

- a. Trình bày phương pháp lặp đơn với 3 bước lặp để tìm nghiệm gần đúng của phương trình trên trong khoảng tách nghiệm $[1;2]$ và đánh giá sai số.
- b. Dùng phương pháp Newton với 2 bước lặp để tìm nghiệm gần đúng của phương trình trên trong khoảng tách nghiệm $[1;2]$ và đánh giá sai số.

Câu 5: (2 điểm) Vận tốc biến nhiệt của một vật trong không khí tỷ lệ với hiệu giữa nhiệt độ của vật và nhiệt độ không khí, tức là:

$$T'_t = h(T - T_{kk}) \text{ với } T(t) \text{ là nhiệt độ của vật tại thời điểm } t,$$

h là hằng số tỷ lệ,

T_{kk} là nhiệt độ không khí.

Áp dụng phép biến đổi Laplace tìm qui luật biến nhiệt của vật nếu $T_{kk} = 25^\circ\text{C}$ và từ thời điểm $t = 0$ (phút) đến thời điểm $t = 4$ (phút) nhiệt độ của vật thay đổi tương ứng từ 100°C đến 40°C . Từ qui luật vừa tìm được hãy cho biết tại thời điểm $t = 5$ (phút) thì nhiệt độ của vật là bao nhiêu $^\circ\text{C}$?

Câu 6: (1 điểm) Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình tích phân sau đây:

$$y(t) = e^{-t} + 2 \int_0^t y(u) \sin(t-u) du$$

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR 1.7]: Có khả năng vận dụng phương pháp Runge-Kutta giải phương trình vi phân với điều kiện đầu	Câu 1
[CĐR 1.6]: Nắm bắt ý nghĩa phương pháp bình phương bé nhất và vận dụng tìm một số đường cong cụ thể	Câu 1
[CĐR 1.4]: Nắm được ý nghĩa và phương pháp sử dụng đa thức nội suy trong xấp xỉ hàm số cụ thể.	Câu 2
[CĐR 1.5]: Có khả năng áp dụng công thức hình thang, công thức Simpson tính gần đúng tích phân	Câu 3
[CĐR 1.2]: Có khả năng áp dụng các phương pháp lặp vào giải gần đúng các hệ phương trình tuyến tính, đánh giá sai số	Câu 4
[CĐR 1.8]: Có khả năng thực hiện phép biến đổi Laplace, phép biến đổi Laplace ngược và ứng dụng giải phương trình vi phân, tích phân, hệ phương trình vi phân	Câu 5, Câu 6

Ngày 9 tháng 8 năm 2016

Thông qua bộ môn