

Câu I (3,5 điểm)

1. Cho số phức $z = \frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}$. Tính z^{2016} và $\sqrt[5]{z}$.

2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot \ln(3x+1)}{e^{x^2}-1} & \text{khi } x > 0, \\ 3\cos x + x & \text{khi } x \leq 0. \end{cases}$

- Khảo sát sự liên tục của hàm $f(x)$ tại $x=0$.
- Tính $f'(1)$.

Câu II (1,5 điểm)

Khảo sát và vẽ đường cong $r = \sqrt{3+2\sin\varphi}$ trong tọa độ cực.

Câu III (2,0 điểm)

1. Tính tích phân suy rộng $I = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{2-x}} dx$.

2. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng $\int_1^{+\infty} \frac{x^3+2}{x^5-x+3} dx$.

Câu IV (3,0 điểm)

1. Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n(n+1)}$.

2. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2+n}$.

3. Khai triển thành chuỗi Fourier hàm $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T=2\pi$ và được

$$\text{xác định bởi } f(x) = \begin{cases} 3 & \text{khi } 0 < x < \frac{3\pi}{2}, \\ 0 & \text{khi } \frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi. \end{cases}$$

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Trưởng bộ môn