

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tính định thức $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

b) Giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính $\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 1 \\ x + 3y + 4z + 5t = 1 \\ x + 4y + 5z + mt = 1 \end{cases}$

Câu 2 (3 điểm). Trong $P_3[x]$ cho 2 hệ véc tơ

$$B = \{1, x, x^2, x^3\} \text{ và } E = \{1, x - 2, (x-2)^2, (x-2)^3\}.$$

- Chứng minh B và E là hai cơ sở của $P_3[x]$.
- Tìm $P_{B \rightarrow E}$.
- Tìm tọa độ của véc tơ $p(x) = x^3 - 2x + 1$ đối với cơ sở E.

Câu 3 (3 điểm). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định như sau

$$(x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 - x_2 + 2x_3, 2x_1 + x_2, -x_1 - 2x_2 + 2x_3).$$

- Chứng minh f là ánh xạ tuyến tính.
- Với điều kiện nào thì $u = (a, b, c) \in \text{Ker}f$.
- Với điều kiện nào thì $v = (\alpha, \beta, \gamma) \in \text{Im}f$.

Câu 4 (1,5 điểm). Tìm ma trận trực giao đưa dạng toàn phương

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 9x_2^2 + 9x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3$$

về dạng chính tắc.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Trưởng bộ môn