

ĐÁP ÁN TOÁN CAO CẤP CHO KỸ SƯ 1

Mã môn học: MATH133101

Ngày thi: 15/07/2020

Câu	Nội dung	Điểm
1	$A = \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & 7 & -m \\ 2 & 1 & m-1 & 3 \\ -1 & m-3 & 3 & -8 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & 7 & -m \\ 0 & -5 & m-15 & 3+2m \\ 0 & m & 10 & -m-8 \end{array} \right]$	1
	$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & 7 & -m \\ 0 & -5 & m-15 & 3+2m \\ 0 & 0 & -m^2+15m-50 & -2m^2+2m+40 \end{array} \right]$	0,5
	$-m^2+15m-50 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 10 \\ m \neq 5 \end{cases}, \text{ hệ phương trình có nghiệm duy nhất}$ $x = -\frac{m^2+m+2}{m-10}, y = -\frac{18+m}{m-10}, z = \frac{2(m+4)}{m-10}.$	0,5
	$m=10, A \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & 7 & -10 \\ 0 & -5 & -5 & 23 \\ 0 & 0 & 0 & -140 \end{array} \right], \text{ hệ phương trình vô nghiệm.}$	0,25
	$m=5, A \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & 7 & -5 \\ 0 & -5 & -10 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \text{ hệ phương trình vô số nghiệm}$ $x = 14/5 - a, y = -(13+10a)/5, z = a, a \in \mathbb{R}.$	0,25
2	<p>Ta có $y'(t) + \frac{1}{20+t}y(t) = 3$.</p>	0,5
	$P(t) = \frac{1}{20+t} \Rightarrow I(t) = e^{\ln(20+t)} = 20+t.$	0,25
	$y(t) = (20+t)^{-1} \left[\int 3(20+t) dt + c \right] = (20+t)^{-1} \left[\frac{3}{2}(20+t)^2 + c \right].$	0,5
	$y(0) = 5 \Leftrightarrow c = -500. \text{ Suy ra } y(t) = \frac{3}{2}(20+t) - \frac{500}{20+t}.$	0,25
	$y(t) = 10 \Leftrightarrow t \approx 1,8925 \text{ (phút).}$	0,5
3a	$mg = ks \Leftrightarrow 50 \cdot 10 = 2k \Leftrightarrow k = 250N/m.$	0,5
3b	<p>Ta có: $40x''(t) + 250x(t) = 0$</p>	0,25
	<p>Phương trình đặc trưng: $40m^2 + 250 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2,5i$.</p>	0,5
	<p>Suy ra $x(t) = c_1 \cos(2,5t) + c_2 \sin(2,5t), c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.</p>	0,25
	<p>$x(0) = 1 \Leftrightarrow c_1 = 1$.</p>	0,25
	<p>$x'(t) = -2,5c_1 \sin(2,5t) + 2,5c_2 \cos(2,5t); x'(0) = -10 \Leftrightarrow c_2 = -4$.</p> <p>Suy ra $x(t) = \cos(2,5t) - 4 \sin(2,5t)$.</p>	0,25

4	Đặt $L\{y\} = Y$, ta có: $s^2Y - 3 + 8sY + 20Y = s / (s^2 + 25)$	0,75																				
	$\Leftrightarrow Y = \frac{3s^2 + s + 75}{(s^2 + 75)(s^2 + 8s + 20)} = \frac{As + 5B}{s^2 + 25} + \frac{C(s + 4) + 2D}{(s + 4)^2 + 4}$	0,5																				
	$\Rightarrow y = L^{-1}\{Y\} = A \cos 5t + B \sin 5t + Ce^{-4t} \cos 2t + De^{-4t} \sin 2t,$	0,5																				
	với $x = -3,0769 \cdot 10^{-3}, y = 0,0246, z = 3,0769 \cdot 10^{-3}, t = 939 / 650.$	0,25																				
5a	<p>Ta có: $\begin{cases} q'(t) = 0,01 \sin t - 5q(t) \\ q(0) = 2. \end{cases}$</p> <p>Công thức bấm máy: $Y = Y + 0,1(0,01 \sin X - 5Y): X = X + 0,1.$</p> <p>Bảng giá trị:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>0,1</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,4</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0,5</td> <td>0,2502</td> <td>0,1254</td> <td>0,0631</td> </tr> </tbody> </table>	t	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	Q	2	1	0,5	0,2502	0,1254	0,0631	0,75						
t	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5																
Q	2	1	0,5	0,2502	0,1254	0,0631																
5b	<p>Công thức:</p> $A = Y + 0,05(0,01 \sin X - 5Y): Y = Y + 0,025 \begin{pmatrix} 0,01 \sin X - 5Y + \\ 0,01 \sin(X + 0,05) - 5A \end{pmatrix};$ <p>$X = X + 0,05$</p> <p>Bảng giá trị:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>0,05</td> <td>0,1</td> <td>0,15</td> <td>0,2</td> <td>0,25</td> <td>0,3</td> <td>0,35</td> <td>0,4</td> </tr> <tr> <td>q</td> <td>2</td> <td>1,5625</td> <td>1,2207</td> <td>0,9538</td> <td>0,7452</td> <td>0,5823</td> <td>0,455</td> <td>0,3556</td> <td>0,278</td> </tr> </tbody> </table>	t	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	q	2	1,5625	1,2207	0,9538	0,7452	0,5823	0,455	0,3556	0,278	0,75
t	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4													
q	2	1,5625	1,2207	0,9538	0,7452	0,5823	0,455	0,3556	0,278													