

Câu	Đáp án	Thang điểm
1a (1,5đ)	$I = \int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y) dx$	0,5đ
	$= \int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$	0,5đ
	Tính diện tích: $DT = \int_0^1 dy \int_y^{2-y} dx = 1$	0,5đ
1b (1,5đ)	Descartes: $K = \int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{4-\sqrt{x^2+y^2}} f(x, y, z) dz$	0,25đ
	Trụ: $I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dr \int_r^{4-r} r \cdot f(r \cos \varphi, r \sin \varphi, z) dz$	0,25đ
	$V = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dr \int_r^{4-r} rdz = \frac{16\pi}{3}$	0,5đ
	$Dien Tich = DT_1 + DT_2 = \iint_{S_1: z=\sqrt{x^2+y^2}} dS + \iint_{S_2: z=4-\sqrt{x^2+y^2}} dS$ $= \iint_{D_{xy}: x^2+y^2 \leq 4} \sqrt{2} dx dy + \iint_{D_{xy}: x^2+y^2 \leq 4} \sqrt{2} dx dy$ $= 2\sqrt{2} \text{ Dien Tich } (D_{xy}) = 2\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 2^2 = 8\sqrt{2}\pi$	0,5đ
1c (1,5đ)	Đặt $K_1 = \int_{\overline{BA}} (yx^2 - x) dx + (2y - xy^2) dy$	0,5đ
	với $\begin{cases} BA: y = 0 \Rightarrow dy = 0 \\ x_B = 2, x_A = -2 \end{cases} \Rightarrow K_1 = \int_2^{-2} -x dx = 0$	
	$K + K_1 \stackrel{Green}{=} \int_{(C) \cup \overline{BA}} = - \iint_{x^2+y^2 \leq 4, y \geq 0} (-x^2 - y^2) dx dy = \int_0^\pi d\varphi \int_0^2 r^2 \cdot r dr = 4\pi$	0,5đ
	$\Rightarrow K = \int_{(C) \cup \overline{BA}} - \int_{\overline{BA}} = 4\pi - 0 = 4\pi$	0,5đ
2a (1đ)	$\overline{rot F} = (0 - 2yz)\vec{i} + (-2 - 2xz)\vec{j} + (0 - 2xy)\vec{k}$ $\overline{div F} = P'_x + Q'_y + R'_z = x^2 + y^2 + z^2 + 1$	0,5đ 0,5đ

<p>2b (1,5đ)</p>	<p>Đặt</p> $W_1 = \iint_{S_0: z=0} (xy^2 - 2z)dydz + (yz^2 + 1)dxdz + (zx^2 + z)dxdy$ $= - \iint_{x^2+y^2 \leq 1} 0dxdy = 0$ $W + W_1 = \iint_{S \cup S_0} (xy^2 - 2z)dydz + (yz^2 + 1)dxdz + (zx^2 + z)dxdy$ $= \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2 + 1)dxdydz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^1 (\rho^2 + 1) \cdot \rho^2 \sin\theta d\rho = \frac{16\pi}{15}$ $W = \iint_{S \cup S_0} - \iint_{S_0} = \frac{16\pi}{15} - 0 = \frac{16\pi}{15}$	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>
<p>3a (1,5đ)</p>	<p>Đặt $P = e^x y - \sin y + 2x$; $Q = e^x - x \cos y$ Vì $P_y = Q_x = e^x - \cos y$ nên phương trình là phương trình vi phân toàn phần.</p> $\begin{cases} u_x = P = e^x y - \sin y + 2x \\ u_y = Q = e^x - x \cos y \end{cases} \Rightarrow u(x, y) = e^x y - x \sin y + x^2$ <p>Nghiệm của pt là: $e^x y - x \sin y + x^2 = C$</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,75đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>3b (1,5đ)</p>	<p>Pt đặc trưng: $k^2 - k = 0 \Leftrightarrow k = 0; k = 1$ Nghiệm tổng quát pt $y'' - y' = 0$ là $Y = C_1 + C_2 e^x$ Nghiệm riêng pt $y'' - y' = x^2$ có dạng: $y_{r1} = x(Ax^2 + Bx + C)$ Suy ra $y_{r1} = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2x$ Nghiệm riêng pt $y'' - y' = \sin x$ có dạng: $y_{r2} = D \cos x + E \sin x$ Suy ra $y_{r2} = \frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$ Nghiệm tổng quát pt ban đầu là $y = Y + y_{r1} + y_{r2} = C_1 + C_2 e^x - \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2x + \frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>