

Câu 1 (2.0 điểm). Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 2 \\ 3 & 5 & a \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ với a là tham số.

1. Tìm ma trận $\frac{1}{9} \times \det(B^T B) \times AB$.
2. Tìm điều kiện của a để ma trận A khả nghịch.

Câu 2 (2.0 điểm). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -4 & 8 \\ -3 & -2 & 1 & 6 & -12 \\ 3 & 2 & -1 & -2 & 16 \end{bmatrix}$.

1. Tìm phân tích LU của ma trận A .
2. Tìm số chiều và một cơ sở của $\text{Col } A, \text{Nul } A$.

Câu 3 (3.0 điểm). Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 với tích vô hướng thông thường (tích chấm) cho họ vectơ

$$S = \left\{ \mathbf{v}_1 = [1 \ -2 \ 0 \ 2]^T, \mathbf{v}_2 = [0 \ -1 \ 2 \ 1]^T, \mathbf{v}_3 = [-1 \ 1 \ -1 \ 1]^T \right\}.$$

1. Chứng minh rằng họ vectơ trên **không** là một họ trực giao.
2. Sử dụng phương pháp trực giao hóa Gram-Schmidt để tìm một cơ sở trực giao của W , trong đó $W = \text{Span } S$ là không gian con của \mathbb{R}^4 sinh bởi họ vectơ trên.
3. Cho vectơ $\mathbf{v} = [1 \ -1 \ 2 \ 4]^T \in \mathbb{R}^4$. Tìm hình chiếu trực giao của \mathbf{v} lên W .

Câu 4 (2.0 điểm). Cho dạng toàn phương có phương trình

$$Q(\mathbf{x}) = 5x_1^2 + 9x_2^2 + 9x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3, \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3.$$

Tìm phép biến đổi trực giao để đưa dạng toàn phương đã cho về dạng chính tắc.

Câu 5 (1.0 điểm). Trong hệ thống mật mã Hill cho khóa $K = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 13 & 17 \end{bmatrix}$. Hãy tìm ma trận nghịch đảo của K

trong \mathbb{Z}_{29} , sử dụng kết quả này để mã hóa chữ BÊX CEI (bỏ qua ký tự cách trống), biết mỗi ký tự trong bảng chữ cái được tương ứng với một phần tử trong \mathbb{Z}_{29} cho bởi bảng sau:

A	Ã	Â	B	C	D	Đ	E	Ê	G	H	I	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

N	O	Ô	Ơ	P	Q	R	S	T	U	Ư	V	X	Y
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CDR G2.3]: Thực hiện được các phép biến đổi sơ cấp, giải được hệ phương trình tuyến tính (giải bằng tay hay bằng cách sử dụng máy tính có cài đặt phần mềm ứng dụng phù hợp như matlab, maple, ...).	Câu 1
[CDR G2.3]: Thực hiện được các phép toán ma trận, tính được định thức, các phép biến đổi sơ cấp, tìm hạng ma trận, tìm được ma trận nghịch đảo, giải được hệ phương trình tuyến tính (giải bằng tay hay bằng cách sử dụng máy tính có cài đặt phần mềm ứng dụng phù hợp như matlab, maple, ...) và biết ứng dụng vào các mô hình tuyến tính. [CDR G2.4]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về không gian vectơ, không gian Euclide như: chứng minh không gian con; xác định một vectơ có là tổ hợp tuyến tính của một hệ vectơ; xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của một hệ vectơ; tìm cơ sở, số chiều của một không gian vectơ; tìm tọa độ của một vectơ đối với một cơ sở, tìm ma trận đối cơ sở; phương pháp Gram-Schmidt để xây dựng hệ vectơ trực giao từ một hệ vectơ độc lập tuyến tính,...	Câu 2
[CDR G2.4]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về không gian vectơ, không gian Euclide như: chứng minh không gian con; xác định một vectơ có là tổ hợp tuyến tính của một hệ vectơ; xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của một hệ vectơ; tìm cơ sở, số chiều của một không gian vectơ; tìm tọa độ của một vectơ đối với một cơ sở, tìm ma trận đối cơ sở; phương pháp Gram-Schmidt để xây dựng hệ vectơ trực giao từ một hệ vectơ độc lập tuyến tính,...	Câu 3
[CDR G2.5]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về ánh xạ tuyến tính, chéo hóa ma trận, dạng toàn phương: tìm nhân, ảnh, ma trận, hạng của ánh xạ tuyến tính; tìm trị riêng, vectơ riêng, chéo hóa ma trận; xét dấu dạng toàn phương; đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc.	Câu 4
[CDR G2.6]: Xây dựng phép toán hai ngôi; xét xem tập hợp với phép toán hai ngôi cho trước có là nhóm, vành, trường hay không; mã hóa, phát hiện lỗi, sửa sai, ...	Câu 5

Ngày 26 tháng 05 năm 2017
Bộ môn duyệt