Trường ĐH Sư Phạm Kỹ Thuật Tp HCM
Khoa KHƯD-Bộ môn Toán

Đáp án môn: GIẢI TÍCH 1 MATH 130601
Ngày thi: 3/6/2017

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Thang điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>$$\lim_{x\to0}\frac{1}{\ln(1+sinx)}\left(\frac{1}{sinx}-\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{sinx}\frac{x-sinx}{xsinx}=\lim_{x\to0}\frac{x-sinx}{x^3}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{1-cosx}{3x^2}=\lim_{x\to0}\frac{sinx}{6x}=\frac{1}{6}$$</td><td>0,5
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>$y'=xe^x+2e^x=(x+2)e^x$;
$y'=0$ khi $x=-2$;
$$y(-3)=-2e^{-3};y(-2)=-e^{-2};y(3)=4e^3$$
Vậy hàm số $y=xe^x+e^x$ trên đoạn [-3; 3] có giá trị lớn nhất là $4e^3$ tại $x=3$ và giá trị nhỏ nhất là $-e^{-2}$ tại $x=-2$.</td><td>0,5
0,25
0,5
0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Đặt $f(x)=\frac{x^3+5x^2+1}{2x^5+x^3+5x^2+1}$; Xét hàm $g(x)=\frac{1}{x^2}$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{1}{2}$
Mà $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}dx$ hội tụ nên $\int_1^{+\infty}\frac{x^3+5x^2+1}{2x^5+x^3+5x^2+1}dx$ hội tụ.</td><td>0,5
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>Đặt $h(x)=\frac{xln(1+x)}{\sqrt[3]{x^2-1}}$; Xét hàm $k(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$; $\lim_{x\to1+}\frac{h(x)}{k(x)}=\lim_{x\to1+}\frac{xln(1+x)}{\sqrt[3]{x+1}}=\frac{ln2}{\sqrt[3]{2}}$
Mà $\int_1^2\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}dx$ hội tụ nên $\int_1^2\frac{xln(1+x)}{\sqrt[3]{x^2-1}}dx$ hội tụ.</td><td>0,5
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Đặt $u_n=nsin^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)$; xét $v_n=\frac{1}{n}$;
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{u_n}{v_n}=\lim_{n\to+\infty}n^2sin^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)=\lim_{n\to+\infty}n^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)^2=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$
Mà chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}$ phân kì nên chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty}nsin^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)$ cũng phân kì.</td><td>0,25
0,5
0,25
0,5</td></tr>
</table>

	Đặt $a_n = \frac{n+1}{n^2}$; $a_{n+1} = \frac{n+2}{(n+1)^2}$ ta có $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = 1$ nên chuỗi có bán kính hội tụ r=1. Tại $x-1=1$ chuỗi hàm có dạng $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2}$ là chuỗi phân kì. Tại $x-1=-1$ chuỗi hàm có dạng $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2}(-1)^n$ là chuỗi đan dấu, hội tụ. Vậy miền hội tụ của chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2}(x-1)^n$ là [0; 2).	**0,5** **0,25** **0,25** **0,25** **0,25**
	Khai triển Fourier của hàm $f(x)$ tại $x \neq (2k+1)2$ là $\displaystyle \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\, cos\frac{n\pi x}{2} + b_n sin\,\frac{n\pi x}{2}\right)$ Với $\displaystyle a_0 = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)dx = \frac{1}{2}\int_{0}^{2} xdx = 1$ $\displaystyle a_n = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)\cos\frac{n\pi x}{2}dx = \frac{1}{2}\int_{0}^{2} x\cos\frac{n\pi x}{2}dx$ $\displaystyle = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{n\pi}\right)^2(cosn\pi - 1) = \begin{cases} 0 & khi\quad n\ chẵn \\ \frac{-4}{(n\pi)^2} & khi\quad n\ lẻ \end{cases}$ $\displaystyle b_n = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)\sin\frac{n\pi x}{2}dx = \frac{1}{2}\int_{0}^{2} x\sin\frac{n\pi x}{2}dx = \frac{-2}{\pi n}cosn\pi = \begin{cases} \frac{-2}{\pi n} & khi\ n\ chẵn \\ \frac{2}{\pi n} & khi\ n\ lẻ \end{cases}$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,25**