

Câu 1. (1,5 điểm) Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số m .

$$\begin{cases} -x - 2y + 3z = m + 1 \\ 2x + 8y + (m - 2)z = -5 \\ (m - 4)x + 2y + 10z = 7 \end{cases}$$

Câu 2. (2,5 điểm) Trong không gian vectơ $P_2[x]$, cho không gian con

$$W = \{ax^2 + bx + c \in P_2[x] : a + b - 4c = 0\},$$

và các vectơ $t_1 = 6x$, $t_2 = 4x^2 + 5$, $t_3 = -3x^2 + 1$.

a) Chứng minh $B = \{t_1, t_2, t_3\}$ là một cơ sở của $P_2[x]$.

b) Nếu xét tích vô hướng trên $P_2[x]$ là $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \int_{-1}^1 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dx$ ($\forall \mathbf{u}, \mathbf{v} \in P_2[x]$), thì

$B = \{t_1, t_2, t_3\}$ có là một tập trực giao không? Tại sao?

c) Tìm một cơ sở và số chiều của W .

Câu 3. (3 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$.

a) Hãy đưa dạng toàn phương $f(x) = X^T A X$ về dạng chính tắc bằng phép biến

đổi trực giao (với $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$).

b) Tính $\det \left[(8B)^T \cdot A \cdot B^{-1} \right]$, biết B là một ma trận khả nghịch cấp 3.

Câu 4. (3 điểm)

a) Cho hàm ẩn $z = z(x, y)$ xác định bởi phương trình

$$x^3 + 2x^2yz + \sin z - 1 = 0.$$

Tính $z'_x(1, 1)$, $z'_y(1, 1)$ và $dz(1, 1)$, biết $z(1, 1) = 0$.

b) Một đĩa kim loại phẳng có bán kính bằng 5 được đặt vào mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho tâm của đĩa trùng với O. Nhiệt độ tại điểm có tọa độ (x, y) trên

đĩa là $T(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2$ (đơn vị: °C). Hỏi nhiệt độ cao nhất và thấp nhất ở quanh mép đĩa (tức là trên đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$), là bao nhiêu?

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G1.1]: Nắm vững khái niệm về về hệ phương trình tuyến tính. [CĐR G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính.	Câu 1
[CĐR G1.5]: Hiểu được các khái niệm về không gian véctơ. [CĐR G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính; các tính chất về không gian véctơ.	Câu 2
[CĐR G1.6]: Trình bày được các bước để đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc bằng phép biến đổi trực giao. [CĐR G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để chéo hóa trực giao ma trận.	Câu 3
[CĐR G2.1]: Có kỹ năng tốt trong việc thực hiện các phép toán trên ma trận, định thức; hệ phương trình tuyến tính; không gian véctơ; dạng toàn phương; phép tính vi phân hàm nhiều biến.	Câu 4

Ngày 28 tháng 12 năm 2018
Thông qua Trưởng bộ môn