| Trường ĐH Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM | Đáp án môn: Toán cao cấp A2 |
|---|---|
| Khoa Đào tạo Chất lượng cao | Mã môn học: MATH130201 |
| | Ngày thi: 05/01/2018 |

| Câu | Ý | Nội dung | Điểm |
|---|---|---|---|
| 1 | | $D=-2m^2-10m+48$ , $D_2=m^3-5m^2+4m+6$<br>$D_1=-2m^2+68m-186$ , $D_3=-8m^2+38m-42$ | 0,5 |
| | | Biện luận:<br>* $m=-8$: $D=0,\ D_1\neq 0$, hệ phương trình vô nghiệm.<br>* $m=3$: hệ phương trình có vô số nghiệm có dạng<br>$x=\dfrac{-11+13a}{2}\ ,y=\dfrac{3-7a}{4},\ \ z=a\in\mathbb{R}$. | 0,5 |
| | | * $m\neq-8$ và $m\neq 3$: $D\neq 0$, hệ có nghiệm duy nhất<br>$\begin{cases} x=\dfrac{D_1}{D}=\dfrac{m-31}{m+8} \\ y=\dfrac{D_2}{D}=\dfrac{-m^2+2m+2}{2\left(m+8\right)} \\ z=\dfrac{D_3}{D}=\dfrac{4m-7}{m+8}\end{cases}$. | 0,5 |
| 2 | a | $A=\begin{bmatrix}0 & 6 & 0\\ 4 & 0 & 5\\ -3 & 0 & 1\end{bmatrix}$<br>Vì $\det A=-114\neq 0$, $B\subset P_2\left[x\right]$ và số vectơ của B bằng số chiều của $P_2\left[x\right]$ nên suy ra B là một cơ sở của $P_2\left[x\right]$. | 1 |
| | b | Vì $\langle t_2,t_3\rangle=\displaystyle\int_{-1}^{1}t_2.t_3dx=\frac{-32}{15}\neq 0$ nên B không là tập trực giao. | 0.5 |
| | c | Cơ sở của W là $\left\{u_1=-x^2+x,u_2=4x^2+1\right\}$, dimW = 2 | 1 |
| 3 | a | Phương trình đặc trưng $-\lambda^3+18\lambda^2-99\lambda+162=0$<br>Giá trị riêng $\lambda_1=3,\ \lambda_2=6,\ \lambda_3=9$ | 0,5 |
| | a | $\lambda_1=3,\ X_1=\begin{bmatrix}-2\\-2\\1\end{bmatrix},\ \dfrac{1}{\lVert X_1\rVert}X_1=\begin{bmatrix}-2/3\\-2/3\\1/3\end{bmatrix}$<br>$\lambda_2=6,\ X_2=\begin{bmatrix}1\\-1/2\\1\end{bmatrix},\ \dfrac{1}{\lVert X_2\rVert}X_2=\begin{bmatrix}2/3\\-1/3\\2/3\end{bmatrix}$ | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | $\lambda_3 = 9,\ X_3 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ \frac{1}{\lVert X_3 \rVert} X_3 = \begin{bmatrix} -1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}$ | |
| | | Vậy $P = \begin{bmatrix} -2/3 & 2/3 & -1/3 \\ -2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \end{bmatrix}$ (là ma trận trực giao)<br>và $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} = D$.<br>Thực hiện phép biến đổi $X = PY$, ta đưa dạng toàn phương f về dạng chính tắc $f_{CT}(y) = 3y_1^2 + 6y_2^2 + 9y_3^2$. | **0,5** |
| | **b** | $\det\left[(8B)^T .A.B^{-1}\right] = 8^3.\det B^T.\det A.\det\left(B^{-1}\right) = 8^3 \det B.\det A.\frac{1}{\det\mathrm{B}}$<br>$= 8^3.\det A = 82944$ | **1** |
| **4** | **a** | $F = x^3 + 2x^2yz + \sin z - 1$.<br>$z_x{}' = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{3x^2 + 4xyz}{2x^2y + \cos z},\ z_y{}' = -\frac{F'_y}{F'_z} = -\frac{2x^2z}{2x^2y + \cos z}$<br>$z'_x(1,1) = -1,\ z'_y(1,1) = 0$ | **1** |
| | | $dz(1,1) = z'_x(1,1).dx + z'_y(1,1).dy = -dx + 0dy$ | **0,5** |
| | **b** | Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm $T(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2$, với điều kiện $x^2 + y^2 = 25$.<br>Lập hàm Lagrange $L(x, y, \lambda) = 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda\left(x^2 + y^2 - 25\right)$ | **0,5** |
| | | Giải hệ $\begin{cases} L'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \\ L'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ tìm được 4 điểm dừng<br>$M\left(2\sqrt{5}, -\sqrt{5}\right), N\left(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}\right), \mathrm{P}\left(\sqrt{5}, 2\sqrt{5}\right), Q\left(-\sqrt{5}, -2\sqrt{5}\right)$ | **0,5** |
| | | $T(M) = T(N) = 125$<br>$T(P) = T(Q) = 0$<br>Vậy nhiệt độ cao nhất là 125($^0$C) (đạt được ở điểm M và N), nhiệt độ thấp nhất là 0($^0$C) (đạt được ở điểm P và Q). | **0,5** |