

Câu	Nội dung	Thang điểm
I	$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x(e^x - 1)} + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x(e^x - 1)} + \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{-x} \right]^{-2} = 3 + e^{-2}$	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
	<p>Hàm số <math>f(x) = \begin{cases} \frac{2x + \sin 4x}{x} &amp; \text{khi } x &gt; 0 \\ m + 2x &amp; \text{khi } x \leq 0 \end{cases}</math>  xác định với mọi <math>x \neq 0</math> nên liên tục với mọi <math>x \neq 0</math>. Xét tại <math>x = 0</math></p> $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + \sin 4x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 2 + 4 \frac{\sin 4x}{4x} \right) = 6$ <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (m + 2x) = m</math> và <math>f(0) = m</math>.</p> <p>Hàm số liên tục tại <math>x = 0</math> khi <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)</math> khi <math>m = 6</math>.</p> <p>Vậy hàm số liên tục với mọi <math>x</math> thuộc <math>R</math> khi <math>m = 6</math>.</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
	<p>Đạo hàm <math>y'(x) = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{3t^2 + 2}{2}</math> tại <math>x = 1</math> thì <math>t = 0</math> nên đạo hàm hàm số <math>y(x)</math> tại <math>x = 1</math> là <math>y'(x) = \frac{3 \cdot 0^2 + 2}{2} = 1</math>.</p>	<p>0,5 0,5</p>
	<p><math>y'(x) = x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2 = 0</math> khi <math>x = \pm 1</math>.</p> <p><math>y(-2) = -\frac{46}{15}; y(-1) = -\frac{8}{15}; y(1) = \frac{8}{15}; y(2) = \frac{46}{15}</math>.</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số <math>y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x</math> trên đoạn <math>[-2; 2]</math> lần lượt là <math>\frac{46}{15}</math> và <math>-\frac{46}{15}</math>.</p>	<p>0,5 0,25 0,25</p>
	<p>Tích phân <math>\int_0^1 \frac{\sqrt{x^2+1}}{(2x+1)\sqrt{x}} dx</math> suy rộng loại 2 tại cận dưới <math>x = 0</math>; Đặt <math>f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{(2x+1)\sqrt{x}}</math></p> <p>Xét <math>g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}</math> có <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2+1}}{(2x+1)} = 1</math>.</p> <p>Mặt khác <math>\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}</math> hội tụ nên tích phân <math>\int_0^1 \frac{\sqrt{x^2+1}}{(2x+1)\sqrt{x}} dx</math> cũng hội tụ.</p>	<p>0,25 0,25 0,5 0,25</p>

	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_0^{\infty} ke^{-3x} dx = \frac{-k}{3} e^{-3x} \Big _0^{\infty} = \frac{-k}{3} (\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-3x} - 1) = \frac{k}{3} = 1$ $\Leftrightarrow k = 3$	<p><b>0,75</b></p> <p><b>0,5</b></p>
	<p>Diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường <math>y = x^3</math>; <math>y = 0</math> và <math>x = 2</math> là</p> $\int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _0^2 = 4 \text{ (đơn vị diện tích)}$	<p><b>0,25</b></p> <p><b>0,75</b></p>
III	$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)(2n^2-n+3)}{n^2(n^2+1)} = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n$	<b>0,25</b>
	Xét $b_n = \frac{1}{n}$	<b>0,25</b>
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n^2-n+3)n}{n^2(n^2+1)} = 2$	<b>0,5</b>
	Mặt khác chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ phân kì nên	<b>0,25</b>
	chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)(2n^2-n+3)}{n^2(n^2+1)}$ cũng phân kì.	
	$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{e^n} (x+1)^n = \sum_{n=1}^{+\infty} X^n \text{ với } X = \frac{x+1}{e}.$	<b>0,25</b>
Chuỗi hội tụ với $-1 < X < 1$ hay $-1 - e < x < e - 1$ .	<b>0,25</b>	
Xét tại $X = 1$ chuỗi hàm có dạng $\sum_{n=1}^{+\infty} 1^n$ chuỗi phân kì.	<b>0,25</b>	
Xét tại $X = -1$ chuỗi hàm có dạng $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n$ là chuỗi phân kì.	<b>0,25</b>	
Vậy miền hội tụ của chuỗi hàm là $-1 - e < x < e - 1$ .	<b>0,25</b>	