TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2017 - 2018
Môn: **ĐẠI SỐ**
Mã môn học: MATH141401
Đề thi có **02** trang
Thời gian: 90 phút
Được phép sử dụng tài liệu giấy
Được sử dụng kết quả tính toán bằng máy tính bỏ túi

Câu 1. (3.0 điểm) Cho các ma trận trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & -a & a \end{bmatrix},$

với *a* là tham số.

a) Tính định thức của các ma trận: $5A^8, BC, CAB$.

b) Tìm một cơ sở của các không gian riêng của ma trận *A*.

c) Đưa dạng toàn phương $Q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A\mathbf{x}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ về dạng chính tắc bằng phương pháp biến đổi trực giao.

Câu 2.(4.0 điểm) Trên không gian $\mathbb{R}^3$, cho tập $W = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid a + 2b - 3c = 0 \right\}$

và các véctơ $\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}^T, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}^T, \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}^T,$ $\mathbf{u}_4 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}^T.$

a) Chứng minh rằng tập $F = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$. Tìm tọa độ của véctơ $\mathbf{u}_4$ trong cơ sở *F*.

b) Tìm số chiều và một cơ sở của *W*.

c) Tìm phần bù trực giao của *W*, tức là tìm không gian $W^{\perp}$ gồm các véctơ trực giao với *W* (với tích vô hướng thông thường trên $\mathbb{R}^3$).

d) Xét $\mathbb{R}$ là một không gian véc tơ trên chính nó. Hỏi $S = \{2017; 2018\}$ có là một tập sinh của $\mathbb{R}$ hay không? Vì sao? Hãy chỉ ra một cơ sở của $\mathbb{R}$.

Câu 3. (1.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ và phép biến đổi tuyến tính $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ xác định bởi $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, với mọi $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$. Tìm số chiều và một cơ sở của hạt nhân $\ker(T)$ (tức Nul$A$).

Câu 4. (1.0 điểm) Trong không gian $\mathbb{R}^3$ với hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc ($Oxyz$), cho ba mặt phẳng lần lượt có phương trình như sau:

$$\begin{aligned} &(\omega_1): \ x + y + mz = 3, \\ &(\omega_2): \ x + my - z = m + 1, \\ &(\omega_3): \ (m+2)x + 2y - 2z = 2. \end{aligned}$$

Tìm tham số m để ba mặt phẳng trên chỉ có một điểm chung duy nhất.

Câu 5. (1.0 điểm) Cho tập $H = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_2(\mathbb{R}) \mid a \neq 0 \right\}$, với $\mathbf{M}_2(\mathbb{R})$ là tập các ma trận vuông cấp hai với hệ số thực. Chứng minh H cùng với phép toán nhân hai ma trận tạo thành một nhóm Abel (hay nhóm giao hoán).

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G2.3]: Thực hiện được các phép biến đổi sơ cấp, giải được hệ phương trình tuyến tính (giải bằng tay hay bằng cách sử dụng máy tính có cài đặt phần mềm ứng dụng phù hợp như matlab, maple, …).	**Câu 1** **Câu 4**
[CĐR G2.4]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về không gian véctơ, không gian Euclide như: chứng minh không gian con; xác định một vectơ có là tổ hợp tuyến tính của một hệ vectơ; xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của một hệ vectơ; tìm cơ sở, số chiều của một không gian vectơ; tìm tọa độ của một vectơ đối với một cơ sở, tìm ma trận đổi cơ sở; phương pháp Gram-Schmidt để xây dựng hệ vectơ trực giao từ một hệ vectơ độc lập tuyến tính,…	**Câu 1** **Câu 2** **Câu 3**
[CĐR G2.5]: Thực hiện được hầu hết các bài toán về ánh xạ tuyến tính, chéo hóa ma trận, dạng toàn phương: tìm nhân, ảnh, ma trận, hạng của ánh xạ tuyến tính; tìm trị riêng, véctơ riêng, chéo hóa ma trận; xét dấu dạng toàn phương; đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc.	**Câu 1** **Câu 3**
[CĐR G2.6]: Xây dựng phép toán hai ngôi; xét xem tập hợp với phép toán hai ngôi cho trước có là nhóm, vành, trường hay không; mã hóa, phát hiện lỗi, sửa sai, …	**Câu 5**

Ngày 15 tháng 12 năm 2017

Thông qua bộ môn