

Câu 1. (3đ) Cho hàm số

$$Q(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 1$$

- Tìm cực trị hàm số $Q(x, y)$.
- Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $Q(x, y)$ trên hình vuông $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.
- Tìm cực trị hàm số $Q(x, y)$ với điều kiện $x - y = 2$

Câu 2. (2.5đ) Cho hàm số

$$G(K, L) = 0.5K^{0.3}L^{0.8}$$

Trong đó K và L phụ thuộc thời gian t . Cho biết khi $K=4L=2.5$ thì $K'(t) = 1.1$ và $L'(t) = -0.5$.
Tính $\frac{dQ}{dt}$ tại thời điểm đó

Câu 3. (3đ) Giải các phương trình vi phân

- $p''(t) + 4p'(t) - 5p(t) = t^2 + 5$ với điều kiện $p(0) = p'(0) = 0$
- $\frac{dq}{dt} = 0.2(k - q)$ trong đó k là một hằng số

Câu 4. (2đ) Cho hàm số:

$$f(x) = (x + 2) \ln(x + 1)$$

- Tính giá trị trung bình của $f(x)$ trên đoạn $x \in [0, 2]$
- Tìm $c \in [0, 2]$ sao cho giá trị trung bình của $f(x)$ trên $x \in [0, 2]$ bằng $f(c)$

Ghi chú:

- Cán bộ coi thi không giải thích đề thi
- Dấu chấm là dấu thập phân

Chuẩn đầu ra kiến thức	Nội dung
[8.1]: Tính được giới hạn, xét tính liên tục, tính được đạo hàm riêng và vi phân của hàm nhiều biến. Tính được đạo hàm hàm hợp và hàm ẩn và tìm cực trị, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất,... của hàm nhiều biến.	Câu 1
[8.1]: Tính được giới hạn, xét tính liên tục, tính được đạo hàm riêng và vi phân của hàm nhiều biến. Tính được đạo hàm hàm hợp và hàm ẩn và tìm cực trị, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất,... của hàm nhiều biến.	Câu 2
[8.3]: Biết giải phương trình vi phân cấp 1, cấp 2.	Câu 3
[8.2]: Hiểu các khái niệm và biết tính tích phân bất định, tích phân xác định, tích phân suy rộng, khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng.	Câu 4

TP.HCM, ngày 6 tháng 12 năm 2016

Thông qua bộ môn

DÁP ÁN (mỗi ý 0.5đ)

Câu 1

- a.
- Điểm dừng $(0,0)$; $(0,2)$; $(1,1)$; $(-1,1)$
 - Đạo hàm riêng cấp hai
 - Đạt cực đại tại $(0,0)$, cực tiểu tại $(0,2)$
- b. Min=-2, Max=1
- c.
- từ $x=y+2$ suy ra $Q=4y^3 + 6y^2 - 11$
 - Đạt cực tiểu tại $(2,0)$, cực đại tại $(1,-1)$

Câu 2:

- $Q'_K = 0.15K^{-0.7}L^{0.8}$; $Q'_L = 0.4K^{0.3}L^{-0.2}$
- $Q'(t) = Q'_K K'(t) + Q'_L L'(t)$
- Tính các đạo hàm riêng
- $Q'(t) = -0.2295\dots$

Câu 3

- a.
- $k_1 = 1, k_2 = -5$
 - $p_0(t) = a + bt + ct^2$
 - $a = -1/5; b = -8/25; c = -167/125$
 - tìm nghiệm riêng
- b.
- $q.e^{0.2t} = \int 0.2ke^{0.2t} dt$
 - $q(t) = k + Ce^{0.2t}$

Câu 4

- a.
- Tích phân từng phần $u = \ln(x + 1)$
 - $AV(f) = 4.23\dots$
- b.
- $(c + 2)\ln(x + 1) = AV(f)$
 - $c=1.936\dots$