Trường ĐH Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM
Khoa Khoa học Ứng dụng
Bộ môn Toán

Đáp án môn: Toán cao cấp A2
Mã môn học: MATH130201
Ngày thi: 28/12/2016

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	$A=\begin{bmatrix}2&1&1&0\\0&4&1&3\\-1&-3&2&2\end{bmatrix}\to\ldots\to\begin{bmatrix}2&1&1&0\\0&4&1&3\\0&0&25&31\end{bmatrix}$.	0,5
		Vì $r\left(A\right)=3=\dim P_2\left[x\right]$. Hơn nữa, $E\subset P_2\left[x\right]$. Vì vậy, E là hệ sinh của $P_2\left[x\right]$.	0,5
	b	$\begin{bmatrix}2&1&-1&0\\4&1&-2&0\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}2&1&-1&0\\0&-1&0&0\end{bmatrix}$, hệ $\begin{cases}2a+b-c=0\\4a+b-2c=0\end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases}a=c/2\\b=0\\c\in\mathbb{R}\end{cases}$	0,5
		Cơ sở của W là $\left\{u_1=x^2+2\right\}$ và $\dim W=1$	0,5
	c	$u=a_1t_1+a_2t_2+a_3t_3\Leftrightarrow\begin{cases}2a_1+a_2+a_3=4\\4a_2+a_3=-1\\-a_1-3a_2+2a_3=6\end{cases}$. Giải hệ được $\left[u\right]_B=\begin{bmatrix}31/25\\-21/25\\59/25\end{bmatrix}$.	0,5
2	a	Giá trị riêng $\lambda_1=-1,\ \lambda_2=5,\lambda_3=2$ (phương trình đặc trưng $-\lambda^3+6\lambda^2-3\lambda-10=0$).	0,5
		$*\lambda_1=-1,\ X_1=\begin{bmatrix}1\\-2\\2\end{bmatrix}$. Trực chuẩn $\begin{bmatrix}1/3\\-2/3\\2/3\end{bmatrix}$. $*\lambda_2=5,\ \ X_2=\begin{bmatrix}2\\2\\1\end{bmatrix}$. Trực chuẩn $\begin{bmatrix}2/3\\2/3\\1/3\end{bmatrix}$. $*\lambda_3=2,\ \ X_2=\begin{bmatrix}-2\\1\\2\end{bmatrix}$. Trực chuẩn $\begin{bmatrix}-2/3\\1/3\\2/3\end{bmatrix}$. Vậy $P=\begin{bmatrix}1/3&2/3&-2/3\\-2/3&2/3&1/3\\2/3&1/3&2/3\end{bmatrix}$ và $P^{-1}AP=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&5&0\\0&0&2\end{bmatrix}=D$.	1,0
	b	Ma trận của dạng toàn phương f là A. Thực hiện phép biến đổi $X=PY$, ta đưa dạng toàn phương f về dạng chính tắc $f_{CT}\left(y\right)=-y_1^2+5y_2^2+2y_3^2$.	0,5
		$r\left(f\right)=3$, f là dạng toàn phương không xác định dấu.	0,5
3	a	$F=xyz^3-2\sin(x^2y)-e^{xz}+3yz-\ln\left(2+y\right)-5$.	0,25

		$z_x{}' = -\dfrac{F'_x}{F'_z} = \dfrac{-\left(yz^3 - 4xy\cos\left(x^2y\right) - ze^{xz}\right)}{3xyz^2 - xe^{xz} + 3y}$	**0,25**
		$z'_y = -\dfrac{F'_y}{F'_z} = \dfrac{-\left(xz^3 - 2x^2\cos\left(x^2y\right) + 3z - \dfrac{1}{2+y}\right)}{3xyz^2 - xe^{xz} + 3y}$	**0,5**
		$z\left(0,-1\right) = -2$ $dz\left(0,-1\right) = z'_x\left(0,-1\right).dx + z'_y\left(0,-1\right).dy = \dfrac{10}{3}dx - \dfrac{7}{3}dy$	**0,5**
		Tìm điểm dừng: $\begin{cases} f_x{}' = 3x^2 - 2x = 0 \\ f_y{}' = 4y^3 - 32 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, y = 2 \\ x = \dfrac{2}{3}, y = 2 \end{array}\right.$	**0,5**
	b	$f''_{xx} = 6x - 2, f''_{xy} = 0, f''_{yy} = 12y^2$ + Tại $M\left(0,2\right)$: $A = f''_{xx}\left(M\right) = -2,\ B = f''_{xy}\left(M\right) = 0, C = f''_{yy}\left(M\right) = 48$ $\Delta = AC - B^2 = -96 < 0$. Vậy M không là điểm trị.	**0,5**
		+ Tại $N\left(\dfrac{2}{3},2\right)$: $A = f''_{xx}\left(N\right) = 2,\ B = f''_{xy}\left(N\right) = 0, C = f''_{yy}\left(N\right) = 48$ $\Delta = AC - B^2 = 96$. Vì $\begin{cases} A > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ nên N là điểm cực tiểu.	**0,5**
4		$\det\left(3A^{-1}\left(C+D\right)B^T\right) = 3^3.\det A^{-1}.\det\left(C+D\right).\det B^T$	**0,5**
		$= 3^3\dfrac{1}{\det \mathrm{A}}\det\left(C+D\right)\det B = 3^3.\dfrac{1}{-2}\left(-58\right).5 = 3915$	**0,5**
5		Vì số xe đến bằng số xe đi ở mọi góc đường nên Tại góc A: $x_1 + x_4 = 300 + 700$. Tại góc B: $x_1 + x_2 = 900 + 200$. Tại góc C: $x_3 + x_4 = 200 + 400$. Tại góc D: $x_2 + x_3 = 300 + 400$.	**0,5**
		Ma trận bổ sung $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1000 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1100 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 700 \end{bmatrix} \to \cdots \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1000 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 100 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Hệ có vô số nghiệm $\begin{cases} x_1 = 1000 - x_4 \\ x_2 = 100 + x_4 \\ x_3 = 600 - x_4 \\ x_4 \in \mathbb{Z}, 0 \le x_4 \le 600 \end{cases}$. Vậy tùy thuộc vào lượng xe đi từ góc đường A đến góc đường C trên đường số 3 mà ta tính được cụ thể x_1, x_2, x_3.	**0,5**