

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	$z^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow z^2 = \pm 1$	0,50
		$\Leftrightarrow z = \pm 1; \pm i$	0,50
		$\Rightarrow z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$	0,50
	2	$f(x)$ liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(\pi x / 2)}{x(x-1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 0,5\pi \cos(\pi x / 2)}{2x - 1} = \frac{\pi}{2} - 1$ $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sin(\pi x / 2)}{x(x-1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 0,5\pi \cos(\pi x / 2)}{2x - 1} = 1$	0,50 0,25 0,50 0,25
II	1	$r' = \frac{2 \cos \varphi - 1}{(2 - \cos \varphi)^2} \quad (0 \leq \varphi \leq \pi)$	0,25
		$\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_0} \frac{r}{r'} = \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_0} \frac{(2 - \cos \varphi) \sin \varphi}{2 \cos \varphi - 1} = \infty \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{3}$	0,25
		Điểm M cần tìm có tọa độ cực $(\pi / 3; \sqrt{3} / 3)$	0,25
		và tọa độ Đề-các $(\sqrt{3} / 6; 1 / 2)$	0,25
2	Phương trình tham số của đường cong (C) là $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$	0,25	
	$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{r' \sin \varphi + r \cos \varphi}{r' \cos \varphi - r \sin \varphi}$	0,50	
	Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có tọa độ cực là $\varphi = \frac{\pi}{2}; r = \frac{1}{2}$ là $\left. \frac{dy}{dx} \right _{\varphi = \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$	0,25	
III	1	$I = \int_1^{+\infty} \frac{x}{x^4 + 1} dx = \frac{1}{2} \arctan x^2 \Big _1^{+\infty}$	0,50
		$= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{8}$	0,50
2	$0 \leq \frac{x}{\sqrt{1-x^3}} \sim \frac{1}{\sqrt{3}(1-x)^{1/2}}$ khi $x \rightarrow 1^-$	0,50	
	$\int_0^1 (1-x)^{-1/2} dx$ hội tụ $\Rightarrow \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^3}} dx$ hội tụ	0,50	
IV	1	Ta có $u_n = \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{n(n+1)}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+2} \right)^{n+1} = e^{-1}$	0,50

	$e^{-1} < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ hội tụ	0,50
2	Bán kính hội tụ $R = 1$	0,25
	Tại $x = -1$ ta có chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n \ln(n+1)}$ phân kỳ theo tiêu chuẩn tích phân	0,25
	Tại $x = -\frac{5}{3}$ ta có chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz	0,25
	Vậy miền hội tụ của chuỗi là $-\frac{5}{3} \leq x < -1$	0,25
3	Hàm $f(x)$ đơn điệu từng khúc, bị chặn trên $[-\pi, \pi]$ và liên tục tại mọi $x \neq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ nên	0,25
	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), x \neq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$	
	$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{\pi}{2},$	0,25
với	$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx = \frac{(-1)^n - 1}{\pi n^2}$	0,25
	$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx = (-1)^{n+1} \frac{3}{n}, \quad n \geq 1$	0,25