TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN 1
Mã môn học: MATH141601
Ngày thi: 22/12/2016

Câu	Ý	**Nội dung**	**Điểm**
I	1	Ta có $f(x)=1 \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x^2+1}=1 \Leftrightarrow x=0;\ 1$	0,50
		Do đó $(f\circ g)(x)=1 \Leftrightarrow g(x)=0;\ 1$	0,25
		$g(x)=0 \Leftrightarrow \tan^{-1}x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=\tan\dfrac{1}{2}$	0,25
		$g(x)=1 \Leftrightarrow \tan^{-1}x=2 \Leftrightarrow x=\tan 2$	0,25
	2	$\dfrac{e^{-x}-1}{x}$ liên tục tại mọi $x\neq 0$ và $\dfrac{\ln(1+x)}{mx}$ liên tục tại mọi $x>0$ nên $h(x)$ liên tục tại mọi $x\neq 0$. Vì vậy	0,25
		$h(x)$ liên tục tại mọi $x \Leftrightarrow h(x)$ liên tục tại 0	0,25
		$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} h(x)=a,\ \lim\limits_{x\to 0^+} h(x)=a$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{e^{-x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-e^{-x}}{1}=-1 \\ a=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln(1+x)}{mx}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\frac{1}{1+x}}{m}=\dfrac{1}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ m=-1 \end{cases}$	0,50
II	1	$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0^-}\dfrac{\frac{\sin\Delta x}{\Delta x}-m}{\Delta x}$	0,25
		$m\neq 1 \Rightarrow \lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\infty \Rightarrow f(x)$ không có đạo hàm tại 0	0,50
		$m=1 \Rightarrow \lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sin\Delta x-\Delta x}{\Delta x^2}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\cos\Delta x-1}{2\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-\sin\Delta x}{2}=0 \Rightarrow f'(0)=0$ Vậy $f(x)$ có đạo hàm tại 0 khi $m=1$	0,50
	2	Khi $x\neq 0$ ta có $f'(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$	0,50
		Do đó hệ số góc của tiếp tuyến tại $(\pi,0)$ là $f'(\pi)=\dfrac{-\pi}{\pi^2}=-\dfrac{1}{\pi}$	0,50
		Phương trình tiếp tuyến tại $(\pi,0)$ là $y=-\dfrac{1}{\pi}(x-\pi)$	0,25

III	1	Hàm $f(x)$ xác định khi $-1 \le x < 1$	0,25
		$f'(x) = -\dfrac{1}{1-x} + \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	0,25
		$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$	0,25
		$f''(x) = -\dfrac{1}{(1-x)^2} + \dfrac{x}{(1-x^2)^{3/2}} \Rightarrow f''(0) = -1 < 0$ Vậy hàm $f(x)$ đạt cực đại tương đối tại $x = 0,\ f(0) = 0$	0,25
	2	$1 = g(0) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{ax} + e^{bx} - (a+b)x - 2}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{ae^{ax} + be^{bx} - (a+b)}{2x}$	0,50
		$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^2e^{ax} + b^2e^{bx}}{2}$	0,25
		$= \dfrac{a^2 + b^2}{2}$	0,25
	3	Đặt CN = x và $\alpha = \widehat{MNC}$. Ta có $CM = x\tan\alpha$ $\cos\widehat{DNP} = \dfrac{DN}{PN} = \dfrac{20-x}{x} \Rightarrow \cos(\pi - 2\alpha) = \dfrac{20-x}{x}$ $\Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\dfrac{x-10}{x}},\quad \sin\alpha = \sqrt{\dfrac{10}{x}}$	0,25
		Diện tích tam giác MNP là $S = \dfrac{1}{2}CM.CN = \dfrac{1}{2}x^2\sqrt{\dfrac{10}{x-10}} \quad (10 < x \le 20)$	0,25
		Đặt $y = \dfrac{x^4}{x-10}$ $(10 < x \le 20)$ Ta có $y' = \dfrac{x^3(3x-40)}{(x-10)^2}$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{40}{3}$	0,25
		$y'(x) < 0$ khi $10 < x < \dfrac{40}{3}$; $y'(x) > 0$ khi $\dfrac{40}{3} < x \le 20$ $\Rightarrow y(x) > y(40/3)\ \ \forall x \in (10;\ 20]$ Vậy diện tích tam giác MNP nhỏ nhất khi $x = 40/3$	0,25
IV	1	$f'(x) = e^{(1+x)^2} - e^{x^2}$	0,50
		Gọi m là hoành độ điểm M, ta có: $f'(m) = 0 \Rightarrow e^{(1+m)^2} = e^{m^2} \Rightarrow m = -\dfrac{1}{2}$	0,50
	2	$g_{TB} = \dfrac{1}{3-0}\displaystyle\int_0^3 g(x)dx = \dfrac{1}{3}\int_0^3 x\sqrt{1+x}dx$	0,25
		$= \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_0^3 [(1+x)^{3/2} - (1+x)^{1/2}]dx = \dfrac{1}{3}\left[\dfrac{2}{5}(1+x)^{5/2} - \dfrac{2}{3}(1+x)^{3/2}\right]_0^3$	0,50
		$= \dfrac{116}{45}$	0,25