Trường ĐH Sư Phạm Kỹ Thuật Tp HCM
Khoa KHUD-Bộ môn Toán

Đáp án môn: GIẢI TÍCH2 MATH 130701
Ngày thi: 30/12/2016

Bài	Nội dung	Thang điểm
1	Xét $\left(\frac{1}{n};\frac{1}{n}\right)\to(0;0)$ khi $n\to\infty$ ta có giới hạn $$I=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{2x^2+3y^2}{x^2+y^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\left(\frac{1}{n}\right)^2+3\left(\frac{1}{n}\right)^2}{\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{n}\right)^2}=\frac{5}{2}$$ Xét $\left(\frac{2}{n};\frac{1}{n}\right)\to(0;0)$ khi $n\to\infty$ ta có giới hạn $$I=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{2x^2+3y^2}{x^2+y^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\left(\frac{2}{n}\right)^2+3\left(\frac{1}{n}\right)^2}{\left(\frac{2}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{n}\right)^2}=\frac{11}{5}$$ Vậ giới hạn I không tồn tại.	**0,5** **0,5**
	Tọa độ điểm dừng $\begin{cases} z'_x=e^x-1=0 \\ z'_y=2y-2=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}\Rightarrow M(0;1)$ Các đạo hàm riêng cấp hai $A=z''_{xx}=e^x, B=z''_{xy}=0, C=z''_{yy}=2$ Tại M(0;1), ta có A=1,B=0,C=2 nên $\begin{cases} AC-B^2>0 \\ A>0 \end{cases}$ Vậy z đạt cực tiểu tại M và z(M)=1	**0,5** **0,5** **0,5** **0,5**
2	Giải hệ phương trình giao điểm $$\begin{cases} y=x \\ y=x^2-2 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1;y=1 \\ x=-2;y=-2 \end{array}\right.$$ $$S=\iint_D dxdy=\int_{-2}^{1}dx\int_{x}^{2-x^2}dy=\int_{-2}^{1}\left(2-x^2-x\right)dx=\frac{9}{2}$$	**0,5** **0,5** **0,5** **0,5**

	$V=\iiint\limits_{\Omega} dxdydz$ Giải hệ phương trình giao tuyến $\begin{cases} z=1 \\ z=\sqrt{x^2+y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ Miền được giới hạn trên bởi mặt $z=\sqrt{x^2+y^2}$ và giới hạn dưới bởi mặt $z=1$ là miền thể tích nằm dưới mặt $z=\sqrt{x^2+y^2}$ và nằm trên mặt phẳng $z=1$ là miền vô hạn (không đóng) nên thể tích miền cần tính là bằng ∞.	**0,5** **0,25** **0,5** **0,25**
3	$\frac{dy}{dx}=x(y+1) \Leftrightarrow \frac{dy}{y+1}=xdx$ với $y \neq -1$ Phương trình $\Leftrightarrow \ln(y+1)=\frac{x^2}{2}+C; C=const.$ Tại $x=0; y=1$ ta có $C=ln2.$ Phương trình có nghiệm riêng thỏa mãn $y(0)=1$ là $\ln(y+1)=\frac{x^2}{2}+ln2.$	**0,25** **0,5** **0,25**
	$2xydx+ye^{xy}dx+x^2dy+xe^{xy}dy$ $=(2xy+ye^{xy})dx+(x^2+xe^{xy})dy=P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ $\frac{\partial P}{\partial y}=2x+e^{xy}+xye^{xy}; \frac{\partial Q}{\partial x}=2x+e^{xy}+xye^{xy} \Longrightarrow \frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$ Vậy $P(x,y)dx+Q(x,y)dy=df(x,y).$ $df(x,y)=d(e^{xy}+x^2y)$ Vậy $f(x,y)=e^{xy}+x^2y+C; C=const.$ Phương trình có nghiệm tổng quát $e^{xy}+x^2y+C=0;\ C=const.$	**0,5** **0,25** **0,25**

	Phương trình đặc trưng có hai nghiệm là 1 và -4. Phương trình thuần nhất tương ứng có nghiệm tổng quát $y = C_1 e^x + C_2 e^{-4x}$ với $C_1; C_2: const$ $\alpha = 0$ không là nghiệm của phương trình đặc trưng. Nghiệm riêng của phương trình không thuần nhất có dạng $$\bar{Y}(x) = Ax + B.$$ Thế vào phương trình không thuần nhất ta có $A = -\frac{1}{4}; B = \frac{-3}{16}$. Phương trình không thuần nhất có nghiệm tổng quát $$y = C_1 e^x + C_2 e^{-4x} - \frac{1}{4}x - \frac{3}{16};\ C_1; C_2: const.$$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,5** **0,25**