

**Câu 1:** (2,0 đ). Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số  $m$ :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = m + 2 \\ 2x_1 - mx_2 + 4x_3 = 1 \\ mx_1 - 8x_2 + 7x_3 = -m \end{cases}$$

**Câu 2:** (3,0 đ) Trên không gian Euclide  $P_2[x] = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 / a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$  với

tích vô hướng: với mọi  $u, v \in P_2[x]: \langle u, v \rangle = \int_0^1 u \cdot v dx$ , cho cơ sở

$$B = \{u_1 = -2; u_2 = x; u_3 = -x^2\} \text{ và tập } F = \{v_1 = 2 + x + x^2; v_2 = 2x - x^2; v_3 = 4 - x\}$$

a) Chứng minh rằng  $F$  là một cơ sở của  $P_2[x]$ .

b) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ  $B$  sang  $F$ .

c) Tìm  $v \in P_2[x]$  sao cho tọa độ của vectơ  $v$  đối với cơ sở  $B$  là  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

d) Tìm  $a, b$  để tập  $\{1, a + bx\}$  là tập trực chuẩn.

**Câu 3:** (1,5 đ) Cho hàm ẩn  $z = z(x, y)$  xác định bởi phương trình

$$y^2 z - y e^{\frac{xy}{z}} = 3x - 2y. \text{ Tính } z'_x(x, y), z'_y(x, y) \text{ và } dz(0; 1).$$

**Câu 4:** (2,0 đ)

a. Tìm  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y}{2x^2 + y}$ .

b. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm  $z = 3x + 4y$  trên miền  $D: x^2 + y^2 \leq 1$ .

**Câu 5:** (1,5 đ) Gọi  $A$  là ma trận của dạng toàn phương

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3. \text{ Tìm các trị riêng và các véc tơ riêng của ma trận } A. \text{ Tính } \det(A^{2014}).$$

---

Ghi chú: CBCT không giải thích đề thi

Ngày 30 tháng 12 năm 2014  
Bộ môn duyệt

Trương Vĩnh An